

Coordonatori

Ionel Nechifor

Luminița Merticariu

Romela Elena Boboc

CONCURSUL DE MATEMATICĂ „FLORICA T. CÂMPAN“

CLASELE V - VIII

Ediția a XVII-a



Editura TAIDA

IAȘI – 2017

COORDONATOR ȘTIINȚIFIC:
PROF. ARTUR BĂLĂUȚĂ

COLABORATORI

Iași: BAGHIU CIPRIAN, BOGA SILVIU, BUDEANU CĂTĂLIN, BUZAC DORU, CĂPRARU IRINA, CHIRIAC CONSTANTIN, FARCAȘ MARIUS, GRIGORAȘ JULIETA, IUREA GHEORGHE, MĂRȘANU GABRIEL, MIRON NICU, PĂDURARU ADRIANA, PLĂEȘU VERONICA, POPA CLAUDIU ȘTEFAN, STANCU CORINA, TUDORACHE NELU, ZANOSCHI ADRIAN

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

**Concursul de matematică "Florică T. Câmpan;
: clasele V-VIII /
Doina Nechifor, Luminița Mert
cariu, Romela Elena Boboc. - Ed. a 17-a, rev., - Iași : Taida, 2017**

**Conține bibliografie
ISBN 978-606- 514-398- 2**

**I. Merticariu, Luminița
II. Boboc, Romela Elena**

51

Grafică și redactare: Păduraru Adriana

Autorul siglelor: Prof. Bejenaru Dorina

Captare de bunăvoință

Prieteni și colegi de muncă m-au rugat să scriu câteva rânduri la un început de carte. Câteodată rugămintele sunt imperative absolute; cu deosebire acum când văd rostul și folosul acestei cărți.

Așezat în fața foi goale am tot înțeles și reînțeles că titlurile uzuale prefată, prezentare, cuvânt de ... nu sunt potrivite aici. Tot cercetând am dat prioritate unui latinesc captatio benevolentiae ce sper să sune bine și în tălmăcire românească.

Ca profesionist în ale matematicii îmi recunosc predispoziția spre precizie; uneori calitate, pentru această misiune – defect. Căci am citit rândurile de prezentare ale Floricăi: admirabile, precise, riguroase, fără omisiuni dar reci, impersonale, nesugestive. Am înțeles atunci că rostul acestor pagini este să aducă o pată de culoare.

O cunoscusem pe Florica T. Câmpan ca elev: în unele duminici venea ea într-un II.4 plin de elevi simpatizanți ai matematicii să suplimenteze atrageri spre regina științelor. Poate pe atunci (dar mai sigur când mă calificasem student) am avut privilegiul de a fi invitat și acasă. Îl cunoscusem și pe soțul ei, om de mari calități sufletești dar extrem de nonconformist. Mă cam simțeam stingher într-o casă înconjurată de rafturi gemând sub greutatea cărților, găsind greu itinerarii printre stive de cărți în atenție și neștiind dacă se cuvine să dau curs invitației de a fuma. Cred că ceva ușurare a survenit când am observat că soțul, Teodor, fumează același soi de țigări „populare”: Mărășești.

Florica vorbea des, cu un entuziasm rareori întâlnit de istoria matematicii. Cel puțin pe atunci nu eram un admirator al acestor preocupări dar era greu să nu te lași prins de bucuria ei de a înțelege devenirile de gânduri matematice. Cu încetul m-a lămurit că trebuie să știe viața, anturajul, dominantele matematicienilor. Frazele inventate în articolele precise căpătau vibrație și înțeles când erau referite la persoane.

Îmi amintesc de o conferință a ei într-un I.1 plin de studenți matematicieni asupra disputei dintre Newton și Leibniz. Era profesor consultant, parcă se mai gârbovise, a ajuns la catedră cam încet și neîndemânat. Dar foarte repede a prins tot amfiteatrul. Ea era când Newton, când Leibniz, când vreun distribuitor de paie pentru foc,

când profesoara care sărea la tablă să ne lămurească ce înțeles dădea fiecare noțiunilor în jurul cărora s-a coagulat în vreme calculul diferențial și integral. Simpatiza pe unul dintre combatanți dar, obiectivă, nu lăsa sentimentele să-i aburească judecata. Acum după vreo 40 de ani păstrez secretul simpatiei ei.

Mai vreau să zic că profunda ei înțelegere a gândurilor lui Emanoil Bacaloglu a impus atenției mondiale forța construcției sale matematice, fiind astfel de folos prestigiului matematicii românești.

Nu au avut copii. Vremuri grele, neajunsuri și nesănătăți îi împiedicaseră. Îi iubeau însă pe toți ceilalți. Florica a dăruit la o sumedenie de copii (și unor adulți nesclerozați) ceea ce nu a prea dat nimeni: cărți atractive și lămuritoare.

După o vreme mi-a impus să o vizitez cu cele trei fete ale mele, pe atunci eleve tot la Oltea Doamna (chiar dacă denumirea oficială se schimbase), unde fusese elevă și Florica. După mai multe tergiversări, am ajuns odată inopinat la ea acasă. Deși neimpresionate de matematică, fetele au îndrăgit-o de la început și am tot repetat vizite. Parcă într-o astfel de vizită a explicat fetelor (și mie) că în primele scrieri matematice românești unghiurile obtuze erau numite proaste. Cam acesta era consensul în lumea largă. Franțujii, englezii și alții dau același sens cuvântului obtuș când se referă la oameni. Probabil că lipsa de simpatie față de aceste unghiuri exprimată în denumirile multor popoare este consonantă cu dificultatea de a le vedea funcțiile trigonometrice.

Cartea de față pune mărturie unei satisfacții ce i-o aduce posteritatea: concursul pentru elevi Florica T Câmpan. Strădaniile unor „ioni pozitivi”, înțelegerea a mulți, mulți profesori ieșeni, setea și simpatia elevilor au transformat un vis într-o realitate.

Florica spunea că istorie nu înseamnă a privi în trecut ci a te da un pas înapoi spre a vedea cum se aliniază viitorul. Să zicem că aceasta este și menirea concursului Florica T. Câmpan.

*Elev, student, coleg, colaborator și
admirator al Floricăi T. Câmpan,*
Dan Brânzei

CONCURSUL DE MATEMATICĂ „FLORICA T. CÂMPAN“

SUBIECTE CONCURS

EDIȚIA I - 2001



ȘCOALA NR.22, „B.P.HASDEU”, IAȘI
24-25 FEBRUARIE 2001

CLASA a V-a

1. a) Formați cu 11 chibrituri 11 pătrate.

b) Având la îndemână o balanță și o masă marcată de 2 kg, separați din 7 kg de zahăr, numai 6 kg zahăr făcând doar două cântăriri.

2. La un concurs de matematică au participat 40 de elevi. Au rezolvat prima problemă 25 de elevi, au rezolvat a doua problemă 30 de elevi, au rezolvat a treia problemă 35 de elevi, iar a patra problemă au rezolvat-o 33 de elevi. Arătați că cel puțin trei elevi au rezolvat toate cele patru probleme.

3. Fiind date numerele 1, 2, 3, ..., 8, 9, scrieți câte un număr din acestea în fiecare pătrățel al careului de mai jos, astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie, coloană respectiv diagonală să fie egală cu 15.

CLASA a VI-a

1. Vârsta medie a celor unsprezece jucători ai unei echipe de fotbal este de 22 de ani. În timpul unui meci, unui jucător i s-a arătat cartonașul roșu fiind eliminat. Din momentul acela vârsta medie a coechipierilor săi rămași în joc a coborât la 21 de ani. Ce vârstă avea fotbalistul eliminat?

2. Două unghiuri adiacente au laturile necomune în prelungire. Să se afle câte grade are fiecare unghi, știind că de șapte ori

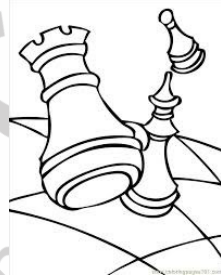
2. O grădină în forma de triunghi are aria de 2 ari. Proprietarul vrea să o împrejmuiească cu un gard cu 3 rânduri de sârmă. Stabiliți dacă îi ajung 18 dam de sârmă. Justificați răspunsul.



3. Zece elevi organizează un turneu de șah după următoarele reguli:

- fiecare joacă exact o partidă cu ceilalți nouă jucători;
- se acordă un punct pentru cel ce câștigă, zero puncte pentru egalitate și se scade un punct pierzătorului.

La sfârșitul turneului se constată că mai mult de 70% din meciuri s-au terminat la egalitate. Să se arate că există doi jucători care au același punctaj.



CLASA a VIII-a

Subiectul I O lăcustă săltăreață

Pe un plan raportat la un reper cartezian XOY, se joacă o lăcustă sărind din punct în punct după regula „dacă la un moment dat lăcusta este în punctul $A(a, b)$ atunci ea poate sări în oricare din punctele coordonate: $(a + 1, b + 3)$ sau $(a + 3, b + 1)$, semnele + și - pot fi luate în toate modurile posibile (prin urmare lăcusta, din A, poate sări în unul din cele opt puncte enumerate.) ”.



Dacă la momentul inițial, lăcusta este în $O(0, 0)$ se cere:

a. Stabiliți un traseu prin care lăcusta ajunge în punctul $M(1, 1)$.

b. Arătați că lăcusta, oricâte sărituri ar face, nu ajunge în punctul N(2013, 2014).

c. Poate ajunge lăcusta în punctul P(2001, 2013)? Justificare.

Subiectul II O problemă dulce

Radu și Andrei cumpără fiecare câte o cutie cu bomboane de ciocolată în formă de sferă. Cutiile au forma cubică cu aceeași muchie $n \in \mathbb{N}^*$. Radu are în cutie bomboane cu raza r , iar Andrei bomboane cu raza $2r$, $r \in \mathbb{N}^*$. În cutii bomboanele sunt așezate în straturi astfel încât fiecare strat să conțină numărul maxim posibil. Știind că $4r$ divide n , stabiliți care dintre cutiile cumpărate cântărește mai mult.

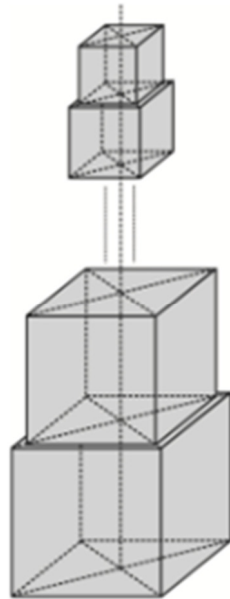


Subiectul III O problemă cu „torturi”

Cofetarul Gică inventează la Cofetăria „Prăjitura Minunată” situată peste drum de McDonalds, un tort de ciocolată ce urmează a fi utilizat la festivitatea de comemorare a „Regelui Dulciurilor”. Meșterul Gică face un tort din 30 de cubulețe de ciocolată pe care le așează piramidal, unul peste altul ca în figura alăturată astfel încât axele verticale ale cubulețelor să fie situate pe aceeași dreaptă.

Se mai știe că lungimile muchiilor cubulețelor sunt exprimate în decimetri prin numerele raționale: $11/10$, $12/11$, $13/12$, ..., $39/38$ și, respectiv, $40/39$.

a) Arătați că înălțimea tortului construit de meșterul Gică nu depășește 32 dm.



CLASA a VIII-a

1. a) $V = 30 \cdot 40 \cdot 10 = 12000 \text{cm}^3 = 12 \text{dm}^3 = 12 \text{l} = 1200 \text{cl}$; (3p); b) nr. bucăți = $= V_{\text{tort}} : V_{\text{bucată}} = 12000 : 250 = 48$; (2p); $V_{\text{bucată}} = 5 \cdot 5 \cdot 10 = 250 \text{cm}^3$; (1p); c) $V_{\text{tort mare}} = 43 \cdot 33 \cdot 11,5 = 16318,5 \text{cm}^3$; (2p); $V_{\text{frescă}} = V_{\text{tort mare}} - V_{\text{tort}} = 16318,5 - 12000 = 4318,5 \text{cm}^3 = 431,85 \text{cl}$; (1p);
- d) $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$; (2p); nr. cazuri posibile = 48; (1p); nr. cazuri favorabile = $48 - (6 \cdot 2 + 6 \cdot 2) = 24$; (1p); oficiu (2p). 2. Notăm cu a și b masele celor două bucăți, cu x și y prețurile acestora, iar cu z prețul inițial al diamantului. $\frac{x}{a^2} = \frac{y}{b^2} = \frac{z}{(a+b)^2} = k$; (5p); $x + y = \frac{82}{100}z$; (2p); $9a^2 + 9b^2 - 82ab = 0$; (3p); $\frac{a}{b} = \frac{1}{9}$ sau $\frac{a}{b} = 9$; (3p); oficiu (2p).
3. $A_{\text{unei pietre}} = 4 \text{dm}^2$, $A_{\text{tuturor pietrelor}} = 1600 \text{dm}^2$; (2p); $A_{\text{suprafeței interioare}} = (1600 \text{dm}^2 - 400 \text{dm}^2) : 2 = 600 \text{dm}^2$; (5p); $0,04 \text{g} / 400 \text{mm}^2 = 0,04 / 4 \text{cm}^2 = 4 \text{g} / 400 \text{cm}^2 = 1 \text{g} / 1 \text{dm}^2$; (5p); cantitatea de adeziv = 600g; (1p); oficiu (2p).

EDIȚIA a XV-a - 2015

ETAPA INTERJUDEȚEANĂ

ȘCOALA „B.P. HASDEU“ IAȘI
28 februarie 2015



CLASA a V-a

SUBIECTUL I „Pătrățele colorate”

Jorj, un copil pasionat de matematică, în timp ce se gândea la o problemă, colora pe caiet pătrățele ca pe tabla de șah, pornind de la un colț al paginii. El observă astfel că fiecare din

sumele $1+3$; $1+3+5$; \dots , are ca rezultat câte un număr care de fiecare dată este pătrat perfect. Folosind eventual aceeași judecată ca și Jorj, răspundeți la următoarele cerințe:

a) Aflați care este rezultatul sumei $1+3+5+7+\dots+2015$ și arătați că este pătrat perfect.

b) Aflați care este ultimul termen al sumei $1+3+5+\dots+n$, știind că rezultatul este 10.000.000.000 și toți termenii sunt numere naturale impare.

SUBIECTUL II “*Perechi speciale de numere*”

O pereche ordonată de numere naturale nenule (a,b) se numește *pereche specială* dacă $3^a + 7^b$ se divide cu 10.

a) Câte *perechi speciale* de forma $(a,2015)$, având $a < 2015$, există?

b) Să se demonstreze că dacă (a,b) este o *pereche specială*, atunci și (b,a) este o *pereche specială*.

SUBIECTUL III „*Piețarii din Fruitsland*”

În Fruitsland, țara lui Natural-Juice Împărat, sunt livezi cât vezi cu ochii și discuțiile tot despre pomii fructiferi se poartă. Într-o zi, în Piața Centrală din Fruitsburg, capitala țării, se auziră următoarele discuții între mai mulți piețari care vindeau portocale și mere:

- Eu am o livadă cu portocali, care e cât un sfert din livada cu portocali a împăratului, zise piețarul Bebe, care vindea portocale.

- Livada mea cu portocali e doar jumătate cât a ta, zise altul către Bebe.

- Livada mea cu portocali e doar jumătate cât a ta, zise altul către vobitorul dinaintea lui.

- Livada mea cu portocali e chiar cât a ta și toți care am vorbit avem la un loc exact 4000 de portocali, zise ultimul către vobitorul dinaintea lui.

$h = 5dm$; (2p); **b)** $V_{ap\acute{a} cub} = l^3$, $V_{ap\acute{a} p.d} = 36l$; (2p); $l^3 = 36l$; (2p); $l = 6dm$; (2p); oficiu (2p). **Subiectul III.** Pp c\^a exist\^a un ora\^s A din care nu se poate ajunge \^in unele ora\^se. Fie M_A mul\^timea ora\^selor \^in care se poate ajunge din A , inclusiv A \^i N_A , mul\^timea celorlalte ora\^se; (3p); fie n num\^arul ora\^selor din M_A , $1 \leq n < 64$ \^i $64 - n$ num\^arul ora\^selor din N_A ; (3p); \^in M_A sunt cel mult $\frac{n(n-1)}{2}$ rute \^i \^in N_A sunt cel mult $\frac{(64-n)(63-n)}{2}$ rute; (3p); num\^arul rutelor: $\frac{n(n-1)}{2} + \frac{(64-n)(63-n)}{2} = n^2 - 64n + 32 \cdot 63 = (n-32)^2 + 992 \leq 31^2 + 992 = 1953 < 2000$; (3p); presupunerea f\^acut\^a este fals\^a, rezult\^a concluzia; (1p); oficiu (2p).

EDI\^TIA a XVI-a - 2016

ETAPA INTERJUDE\^TEANA

\^SCHOALA „B.P. HASDEU“ IASI
 27 februarie 2016



CLASA a V-a

PROBLEMA 1

a) O mam\^a are n p\^aini identice ca form\^a \^i greutate. Ea \^imparte toate p\^ainile la cei trei copii ai s\^ai \^in modul urm\^ator: primului copil \^ii d\^a jum\^atate din cantitatea de p\^aine plus o jum\^atate de p\^aine. Celui de al doilea copil \^ii d\^a jum\^atate din cantitatea de p\^aine r\^amas\^a plus o jum\^atate de p\^aine. Celui de al treilea \^ii d\^a o p\^aine. Afla\^ti n .

b) Se dau mul\^timele $A = \{x \in N / 2^{38} < x < 3^{26}\}$ \^i

$B = \{x \in N / 3^{25} < x < 2^{42}\}$. Compara\^ti cardinalul mul\^timei A cu cardinalul mul\^timei B .

PROBLEMA 2

Un număr natural A îl numim *super-3* dacă suma cifrelor sale este de 3 ori mai mare decât suma cifrelor numărului $A+1$.

Aflați toate numerele *super-3* cu cel mult patru cifre.

prof. Elena Andone

PROBLEMA 3

Scriind sub formă de triunghi numerele natural impare, ca în modelul de mai jos se obține *Triunghiul lui Nichomachos*.

```

      1
     3  5
    7  9 11
   13 15 17 19
  21 23 25 27 29
 31 33 35 37 39 41
.....
```

- a) Determinați suma numerelor natural impare, scrise pe a 100-a linie.
b) Determinați numărul natural aflat pe a 101-a linie, la mijloc.

prof. Laura Mocanu

Notă: *Timp de lucru – 2 ore;*

*Se vor redacta rezolvări complete pentru toate subiectele;
Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 și 15.*

CLASA a VI-a

Subiectul I - Paguba lui Smaug

Trei dwarfi au luat din comoara dragonului Smaug un număr de monede de aur. Dwarful Thorin deține $\frac{1}{2}$ din numărul

monedelor luate, dwarful Balin are $\frac{1}{5}$ din numărul lor, iar al

treilea dwarf, Fili, are $\frac{3}{10}$ din acestea.

După o vreme, pentru a pregăti bătălia finală, au cheltuit pentru arme din monedele lor astfel: Thorin $\frac{2}{3}$ din monedele pe care le avea, Balin jumătate din ceea ce avea, iar Fili $\frac{5}{12}$ din ceea ce luase, ei păstrând 530 de monede pentru "vremuri grele".

- a) Câte monede a luat fiecare din comoara lui Smaug?
- b) Cu câte monede au rămas fiecare după ce și-au luat armele necesare?

Subiectul al II-lea

Fie mulțimea $A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{48} \right\}$.

- a) Scrieți numărul 1 ca sumă de 3, respectiv 4 numere diferite din A .
- b) Arătați că suma numerelor din A nu este număr natural.
- c) Se consideră fracția $\frac{1}{17}$. În fiecare secundă la numărător se adaugă 2, iar la numitor 13. Se poate simplifica, la un moment dat, fracția cu 19?

Subiectul al III-lea

Fie triunghiul ABC în care $BC < AB$, $m(\sphericalangle ABC) = 30^\circ$, $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Fie P un punct în interiorul triunghiului astfel ca $m(\sphericalangle PAB) = m(\sphericalangle PBA) = 15^\circ$. Aflați măsura unghiului CPB .
(Se știe că suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi este 180°)

Notă: Timp de lucru 2 ore.

Fiecare subiect se notează cu punctaje între 2 și 15.

CLASA a VII-a

1. Într-o clasă, cel puțin 95,5% dintre elevi și cel mult 96,5% dintre ei nu sunt corigenți. Care este numărul minim de elevi din clasă?

2. Cinci copii își etalează economiile. Sumele de bani ale copiilor sunt exprimate prin numere naturale diferite. Știind că împreună au 47 de lei și că dintre oricare două sume de bani ale copiilor, una este de câteva ori mai mare decât cealaltă, aflați câți lei a economisit fiecare copil.

3. Între catetele AB și AC ale triunghiului dreptunghic ABC există relația $AC = 2 \cdot AB$. Punctul D este piciorul perpendicularei din A pe dreapta BC .

a) Dacă se alege segmentul BD ca unitate de măsură, să se determine lungimile segmentelor BD , AD , CD și BC .

b) Dacă punctul E este situat pe BC astfel încât $(CE) \equiv (BD)$, iar F este mijlocul catetei AC , atunci arătați că $m(\sphericalangle BEF) = 45^\circ$.

Notă: Timp de lucru 2 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează cu punctaje între 2 și 15.

CLASA a VIII-a

Problema 1

Mama Corinei dorește să facă o prăjitură și, pentru aceasta, îi trebuie 1 kg de smântână cu 25% grăsimi. Ea are în frigider 1 kg de smântână cu 12% grăsimi (care a costat 9 lei) și 1 kg de smântână cu 30% grăsimi (care a costat 10,8 lei).

a) Ce cantitate de smântână din fiecare tip trebuie să folosească pentru a-i reuși prăjitura?

b) Care este prețul smântânii folosite pentru prăjitură?

Problema 2

În vârfurile unui cub se scriu opt numere naturale consecutive, iar în centrul fiecărei fețe se scrie suma celor patru numere din vârfurile respectivei fețe. Pe patru dintre fețe sunt scrise numerele 50, 57, 58 și 60.

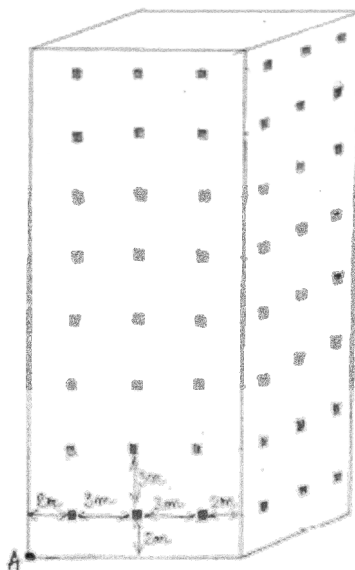
- Determinați numerele din centrele celorlalte două fețe.
- Găsiți o modalitate de dispunere a unor numere naturale în vârfurile unui cub care să respecte ipotezele problemei.

Problema 3

O clădire cu parter și șapte etaje are forma unei prisme patrulater regulate. La fiecare nivel de pe fiecare față laterală a clădirii se află câte trei ferestre, pe care le vom considera ca fiind niște puncte. Pe fiecare față, distanța dintre două ferestre vecine este de 3 metri, atât pe verticală, cât și pe orizontală. Distanța dintre o fereastră aflată lângă o muchie a prisme și acea muchie este de 2 metri.

Un alpinist utilitar se află în punctul A și are sarcina de a șterge toate ferestrele. El se poate deplasa pe suprafața clădirii în orice direcție și, când trece prin dreptul unei ferestre, o șterge. La sfârșit, alpinistul trebuie să se întoarcă în punctul A .

Determinați care este lungimea celui mai scurt traseu care permite alpinistului să-și îndeplinească sarcina.



Notă: *Timp de lucru – 2 ore.*

Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 și 15.