

**Artur Bălăucă**

**Cătălin Budeanu**

# ***Caiet de vacanță***

## ***Matematică***

***Clasa a VI-a***

**Editura TAIDA**

**- IAȘI -**

**- 1 -**

# Cuprins

## ARITMETICĂ. ALGEBRĂ

### Capitolul I. Mulțimea numerelor naturale. Operații cu numere naturale.

#### Divizibilitatea în $\mathbb{N}$

Reguli de calcul cu puteri ..... 5

### Capitolul II. Mulțimea numerelor raționale, pozitive, $\mathbb{Q}^+$

II.1. Frații. Numere raționale pozitive ..... 12

II.2. Operații cu numere raționale ..... 16

### Capitolul III. Rapoarte și proporții

Rapoarte și proporții ..... 22

Proporții ..... 25

Proporții derivate ..... 25

Șir de rapoarte egale ..... 26

#### Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale.

Regula de trei simplă ..... 27

### Capitolul IV. Numere întregi

IV.1. Mulțimea numerelor întregi  $\mathbb{Z}$ . Opus, reprezentarea pe axă, modulul, compararea și reducerea numerelor întregi ..... 34

IV.2. Operații în mulțimea numerelor întregi ..... 36

IV.3. Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor întregi ..... 42

## GEOMETRIE

### Capitolul I. Dreapta. Unghiuri

I.1. Punct. Dreaptă. Plan ..... 45

I.2. Unghiuri ..... 48

### Capitolul III. Congruența triunghiurilor

Congruența triunghiurilor ..... 54

### Capitolul IV. Perpendicularitate și paralelism. Linii importante în triunghi

Distanța de la un punct la o dreaptă ..... 59

Axioma paralelelor (Axioma lui Euclid) ..... 60

### Capitolul V. Triunghiul isoscel. Triunghiul echilateral. Triunghiul dreptunghic

Triunghiul isoscel. Triunghiul echilateral. Triunghiul dreptunghic ..... 66

### Ne pregătim pentru testarea inițială din clasa a VII-a

Testul 1 ..... 71

Testul 2 ..... 72

Răspunsuri ..... 75

# ARITMETICĂ. ALGEBRĂ

## Capitolul I

Mulțimea numerelor naturale.

Operații cu numere naturale. Divizibilitatea în  $\mathbb{N}$



Să ne amintim!

### Reguli de calcul cu puteri

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ , oricare ar fi  $a, m, n \in \mathbb{N}^*$ .
2.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ , oricare ar fi  $a, m, n \in \mathbb{N}^*$ .
3.  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ , oricare ar fi  $a, b, n \in \mathbb{N}^*$ .
4.  $a^m : a^n = a^{m-n}$ , oricare ar fi  $a, m, n \in \mathbb{N}^*$  și  $m \geq n$ .

Exemple:  $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^2 = 2^{5+7+2} = 3^{14}$ ;

$$(7^3)^4 = 7^{3 \cdot 4} = 7^{12}.$$

$$(3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^4)^4 = (3^2)^4 \cdot (5^3)^4 \cdot (7^4)^4 = 3^8 \cdot 5^{12} \cdot 7^{16};$$

$$12^9 : 12^7 = 12^{9-7} = 12^2.$$



### EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:

a)  $3457 + 143 + 350$ ;

c)  $23 \cdot 51 + 14 \cdot 13$ ;

e)  $961 : 31$ ;

b)  $5347 - 145 + 32$ ;

d)  $24 \cdot 27 - 20 \cdot 15$ ;

f)  $19600 : 1400$ .

2. Calculați:

a)  $10 + 3 \cdot [11 + 3 \cdot (7 \cdot 8 - 5 \cdot 6) + 8]$ ;

b)  $[15 \cdot (720 - 203 \cdot 3) - 600] + 45 \cdot 13$ ;

c)  $6 + 5 \cdot \{103 + 2 \cdot [25 + 6 \cdot (8 \cdot 9 - 13)]\}$ ;

d)  $\{42 + 2 \cdot [9 + 6 \cdot (120 \cdot 5 + 3 \cdot 5 - 7 - 10)] - 420\} \cdot 1000$ .



3. Calculați:

a)  $5^{8^2} : 25^{2^5} =$  .....

b)  $3^{4^2} : (3^{3^5} \cdot 3^4) \cdot (3^3 + 3 \cdot 11) : 15 =$  .....

c)  $12^2 + \left[ 2^{4^3} : (2^9)^7 + 5^{6^0} : (5 \cdot 5^3)^{15} \right] =$  .....

d)  $[(2 \cdot 3 \cdot 5)^2 - 7^5 : 7^3] : 8^0 - 2^4 \cdot 5^2 =$  .....

**Exemplu:**  $7^{9^2} : 49^{3^3} : 7^{2^7} = 7^{81} : (7^2)^{27} : 7^{2^7} = 7^{81} : 7^{54} : 7^{2^7} = 7^{27} : 7^{2^7} = 1.$

4. Determinați numărul natural  $n$ , știind că:

a)  $5^{1+2+3+\dots+2014} = 5^{n+1007}$ : .....

b)  $7^{2+4+6+\dots+100} = 7^{n(n+1)}$ : .....

5. Să se afle ultimele 2014 cifre ale numărului  $7000^{671}$ : .....

6. Aflați ultima cifră a numărului  $a = 2^{2013} \cdot 5^{2014} + 7^5$ : .....

7. Arătați că numărul  $25^{2013}$  este pătrat perfect:  
.....  
.....

8. Determinați numărul natural  $n$ , astfel încât:

a)  $n^2 = 49$ ;      c)  $n^2 = 2^4 \cdot 5^6$ ;      e)  $n^3 = 27$ ;      g)  $n^3 = 7^3 \cdot 5^6$ ;  
b)  $(n+3)^2 = 81$ ;      d)  $(4n+1)^2 = 3^4 \cdot 5^2$ ;      f)  $(n+1)^3 = 125$ ;      h)  $(n-1)^3 = 2^3 \cdot 3^6$ .

9. Să se compare:

a)  $3^{81}$  cu  $27^{2^7}$ : .....

b)  $2^{5^0}$  cu  $3^{3^0}$ : .....

10. Scrieți mulțimea divizorilor proprii ai numerelor:

a) 7; b) 13; c) 24; d)  $5^3$ ; e)  $4^2$ ; f) 30; g) 36; h) 96.  
.....  
.....

11. Scrieți mulțimea divizorilor improprii ai numerelor:

a) 11; b) 17; c) 25; d)  $7^2$ ; e) 42; f) 51; g) 2014; h) 2015.  
.....  
.....

# Capitolul II

## Mulțimea numerelor raționale, pozitive, $\mathbb{Q}_+$

### II.1. Frații. Numere raționale pozitive

1. Care dintre următoarele perechi de fracții sunt egale (echivalente)?

a)  $\frac{15}{7} = \frac{30}{14}$ ; b)  $\frac{13}{26} = \frac{2}{4}$ ; c)  $\frac{23}{7} = \frac{13}{4}$ ; d)  $\frac{42}{40} = \frac{12}{14}$ ; e)  $\frac{19}{38} = \frac{41}{82}$ .

.....  
.....

2. Scrieți fracțiile echivalente cu  $\frac{3}{5}$  care au numărătorul mai mic decât 15.

.....

3. Scrieți fracțiile echivalente cu  $\frac{5}{4}$  care au numitorul cel mult egal cu 24.

.....

4. Simplificați următoarele fracții, astfel încât, să devină ireductibile:

$$\frac{26}{39}, \frac{4}{6}, \frac{21}{63}, \frac{84}{49}, \frac{33}{88}, \frac{18}{300}, \frac{24}{36}, \frac{56}{70}, \frac{25}{95}.$$

**Exemplu:**  $\frac{120}{360} \stackrel{(10)}{=} \frac{12}{36} = \frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  sau  $\frac{120}{360} \stackrel{(120)}{=} \frac{1}{3}$



.....  
.....  
.....

5. Amplificați cu 7 următoarele fracții:

$$\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{7}{9}, \frac{10}{3}, \frac{17}{3}, \frac{3}{8}, \frac{9}{11}, \frac{13}{4}, \frac{11}{8}.$$

.....  
.....  
.....

6. Fie fracțiile: a)  $\frac{8}{n}$ ; b)  $\frac{3}{n-2}$ ; c)  $\frac{9}{n+1}$ ; d)  $\frac{n+5}{2n+1}$ . Determinați  $n \in \mathbb{N}$  astfel încât fracțiile să fie, pe rând:  
**1.** subunitare; **2.** echiunitare; **3.)** supraunitare.
- .....
- .....



**Să ne amintim!**

☛  $a_0$  este câtul împărțirii cu rest a numărului  $a$  la  $b$  și se numește **partea întreagă** a numărului rațional  $\frac{a}{b}$ . Se notează:  $\left[ \frac{a}{b} \right]$ .

☛  $\left[ \frac{7}{3} \right] = \left[ 2\frac{1}{3} \right] = 2$  iar  $\frac{1}{3}$  se notează cu  $\left\{ \frac{7}{3} \right\}$  și se numește **partea fracționară** a lui  $\frac{7}{3}$ .

$$\left[ 8\frac{5}{6} \right] = 8 \text{ și } \left\{ 8\frac{5}{6} \right\} = \frac{5}{6}; [143,152] = 143 \text{ și } \{143,152\} = 0,152.$$

☛ Dacă  $b = 2^m \cdot 5^n$ , unde  $m, n \in \mathbb{N}$ , atunci  $\frac{a}{b} = \overline{a_0, a_1 a_2 \dots a_k} = a_0 + \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_k}}{10^k}$  (**fracție zecimală finită**).

$$\text{☛ Dacă } (b, 10) = 1, \text{ atunci } \frac{a}{b} = \overline{a_0, (a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k)} = a_0 + \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_k}}{\underbrace{99 \dots 9}_{k \text{ cifre}}}$$

(**fracție zecimală periodică simplă**).

☛ Dacă  $(b, 10) \neq 1$  și există  $n \in \mathbb{N}$  astfel încât  $n / b, n \geq 3$  și  $(n, 10) = 1$ , atunci  $\frac{a}{b} = \overline{a_0, a_1 a_2 \dots a_k (a_{k+1} a_{k+2} \dots a_{k+p})} = a_0 + \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_k \dots a_{k+p} - a_1 a_2 \dots a_k}}{\underbrace{999 \dots 9}_{p \text{ cifre}} \underbrace{000 \dots 0}_{k \text{ cifre}}}$  (**fracție zecimală periodică mixtă**)

(**fracție zecimală periodică mixtă**)

**Exemple:**  $\frac{45}{10} = 4,5$ ;  $\frac{185}{1000} = 0,185$ ;  $\frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 0,65$ ;  $\frac{5}{6} = 0,8(3)$ ;

$$\frac{9}{11} = 0,(81); \frac{113}{15} = 7,5(3); 0,145 = \frac{145}{1000}; 12,(36) = 12\frac{36^{(9)}}{99} = 12\frac{4}{11} = \frac{136}{11};$$

$$2,3(142) = 2\frac{3142-3}{9990} = 2\frac{3139}{9990} = \frac{23119}{9990}.$$

# Capitolul III

## Rapoarte și proporții



Să ne amintim!

⇒ Fiind date numerele raționale pozitive  $a$  și  $b$ , cu  $b \neq 0$ , numărul rațional  $a : b$ , notat  $\frac{a}{b}$ , se numește **raport**.

⇒ Un raport de forma  $\frac{p}{100}$  se numește **raport procentual**.

⇒ **Scara unei hărți**

**Exemplu:** Dacă pe o hartă, unui segment cu lungimea de 1 mm îi corespunde o distanță pe teren egală cu 6 km, spunem că scara hărții este  $\frac{1}{6000000}$  sau  $1 : 6000000$  pentru că  $6 \text{ km} = 6000000 \text{ mm}$ .

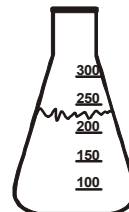


⇒ **Concentrația unei soluții**

**Concentrația unei soluții** este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

**Exemplu:** Dacă în 380 g de apă se dizolvă 20 g de zahăr, atunci concentrația soluției este egală cu:

$$C\% = \frac{20}{380 + 20} = \frac{20}{400} = \frac{5}{100} = 5\%.$$



⇒ **Titlul unui aliaj**

**Titlul unui aliaj** este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

**Exemplu:** Un aliaj conține 160 g de aur și 640 g de cupru. Titlul aliajului este egal cu

$$\frac{160}{160 + 640} = \frac{160}{800} = \frac{20}{100} = 0,200.$$



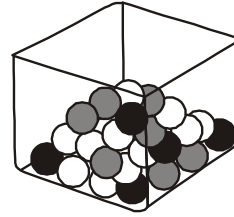
## EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Într-o clasă, din cei 24 de elevi, fiecare al patrulea elev participă la echipa de handbal a școlii. Scrieți raportul dintre numărul elevilor care participă la echipa de handbal și al celor care nu participă la echipa de handbal.



2. O urnă conține 30 de bile: 6 albe, 10 galbene și restul negre. Scrieți raportul dintre:

- a) numărul bilelor galbene și numărul bilelor negre;
- b) numărul total de bile și numărul bilelor care nu sunt albe.



3. Aflați scara unei hărți știind că distanța de 1800 km dintre două capitale de țări este reprezentată pe hartă printr-un segment de 100 mm.

4. O distanță de 480 km se reprezintă pe o hartă printr-un segment de 60 cm. Aflați scara hărții.

5. Aflați concentrația unei soluții obținută din 480 g apă și 20 g de zahăr.

6. Aflați titlul unui aliaj ce conține 420 g de aur și 1580 g de bronz.

7. Raportul perimetrelor a două pătrate are valoarea 1,5. Care este raportul ariilor?

8. Raportul dintre ariile a două pătrate este 0,64. Aflați raportul perimetrelor celor două pătrate.



# Capitolul IV

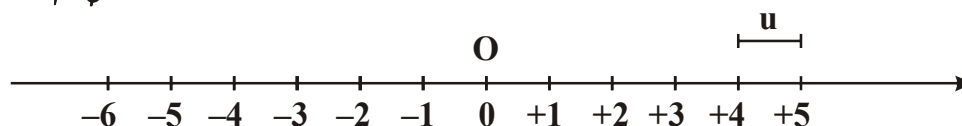
## Numere întregi

### IV.1. Mulțimea numerelor întregi $\mathbb{Z}$ .

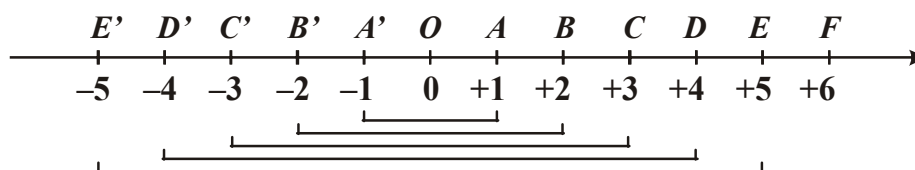
Opus, reprezentarea pe axă, modulul, compararea și ordonarea numerelor întregi



Să ne amintim!



$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}. \mathbb{Z}_+ = \mathbb{N}^*.$$



$$OA = OA'; OB = OB'; OC = OC'; OD = OD'; OE = OE'$$

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{dacă } x \text{ este negativ } (x < 0) \\ x, & \text{dacă } x \text{ este pozitiv } (x > 0) \\ 0, & \text{dacă } x = 0 \end{cases}$$

### EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Asociați fiecărui număr din propozițiile următoare unul din simbolurile „+” sau „-“:

- a) Victor are în cont 2500 lei.
- b) Beciul bunicului lui Ionuț are adâncimea de 3m.
- c) Astăzi este  $-10^\circ$  la Miercurea Ciuc.
- d) 2350 m sub nivelul mării.
- e) Anca are o datorie de 342 lei.
- f) Înălțimea blocului din față este de 38 m.



# Capitolul V

## Triunghiul isoscel. Triunghiul echilateral. Triunghiul dreptunghic



Să ne amintim!

⇒ Unghiurile alăturate bazei unui triunghi isoscel sunt congruente.

$$\sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$$

⇒ Dacă un triunghi are două laturi congruente, atunci triunghiul este isoscel.

Dacă  $\sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$ ,  
atunci  $(AB) \equiv (AC)$ .

⇒ Într-un triunghi isoscel, bisectoarea unghiului format de laturile congruente este înălțime, mediană și mediatoare a triunghiului.

Dacă  $(AM)$  este bisectoarea  $\sphericalangle BAC$ , atunci  $AM \perp BC$  și  $(MB) \equiv (MC)$ .

⇒ Dacă într-un triunghi o bisectoare a unui unghi este și înălțime, atunci triunghiul este isoscel.

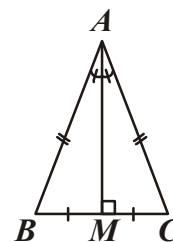
Dacă  $\sphericalangle BAM \equiv \sphericalangle MAC$  și  $AM \perp BC$ , atunci  $(AB) \equiv (AC)$ .

⇒ Dacă într-un triunghi o bisectoare a unui unghi este și mediană, atunci triunghiul este isoscel.

Dacă  $\sphericalangle BAM \equiv \sphericalangle MAC$  și  $(MB) \equiv (MC)$ , atunci  $(AB) \equiv (AC)$ .

⇒ Dacă într-un triunghi o mediană a unui unghi este și înălțime, atunci triunghiul este isoscel.

Dacă  $(MB) \equiv (MC)$  și  $AM \perp BC$ , atunci  $(AB) \equiv (AC)$ .



### Alte proprietăți ale triunghiului isoscel

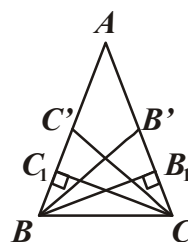
⇒ În orice triunghi isoscel medianele și înălțimile corespunzătoare laturilor congruente sunt congruente.

**Reciproc:**

⇒ Triunghiul cu două mediane congruente este isoscel.

⇒ Triunghiul cu două înălțimi congruente este isoscel.

Dacă  $(AB) \equiv (AC)$  și  $(AC') \equiv (C'B)$ ,  $(AB') \equiv (B'C)$ ,  $CC_1 \perp AB$  și  $BB_1 \perp AC$ , atunci  $(BB') \equiv (CC')$  și  $(BB_1) \equiv (CC_1)$ .



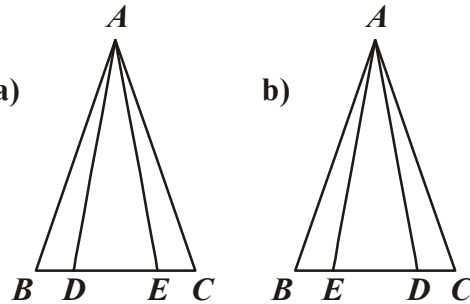
## EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. În triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $(AB) \equiv (BC)$ , determinați măsurile unghiurilor știind că:

**a)**  $m(\sphericalangle A) = 62^\circ$ ; **b)**  $m(\sphericalangle B) = 40^\circ$ ; **c)**  $m(\sphericalangle C) = 50^\circ$ .

.....  
 .....  
 .....

2. În figura alăturată triunghiul  $ABC$  este isoscel cu  $(AB) \equiv (AC)$ . Pe baza  $(BC)$  se consideră punctele  $D$  și  $E$  astfel încât  $(BD) \equiv (CE)$ . Arătați că triunghiul  $ADE$  este isoscel (Analizați două cazuri).



.....  
 .....  
 .....

3. Demonstrați că înălțimile și medianele unui triunghi isoscel corespunzător laturilor congruente, sunt congruente.

.....  
 .....

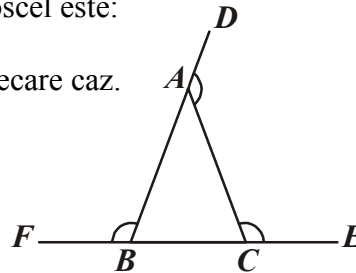
4. Măsura unui unghi exterior al unui triunghi isoscel este:

**a)**  $132^\circ$ ; **b)**  $42^\circ$ ; **c)**  $110^\circ$ ; **d)**  $60^\circ$ .

Calculați măsura unghiurilor triunghiului în fiecare caz.

**Exemplu:** Dacă  $m(\sphericalangle ACE) = 100^\circ$ , atunci  $m(\sphericalangle ACB) = m(\sphericalangle ABC) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ,

iar  $m(\sphericalangle BAC) = \frac{180 - (80^\circ + 80^\circ)}{2} = 20^\circ$



(figura alăturată).

Dacă  $m(\sphericalangle DAC) = 140^\circ$ , atunci  $m(\sphericalangle BAC) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ,

iar  $m(\sphericalangle ABC) = m(\sphericalangle ACB) = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ .

.....  
 .....  
 .....

## ***Ne pregătim pentru Testarea Inițială din clasa a VII-a***

---

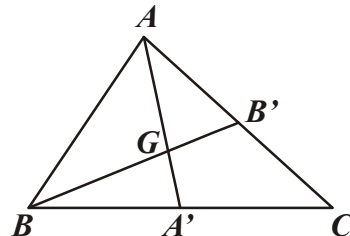
### *Testul 1*

#### **I. Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți propoziții adevărate**

1. Restul împărțirii unui număr natural la 5 poate fi ... . (5p)
2. Dacă  $\frac{3}{7}$  dintr-un număr este 15, atunci numărul este egal cu ... . (5p)
3. Partea întreagă a numărului  $\frac{23}{4}$  este egală cu ... . (5p)
4. Dacă  $A \in (BC)$ ,  $AB = 3$  cm și  $BC = 18$  cm, Atunci  $AC = \dots$  cm. (5p)
5. Dacă două unghiuri au aceeași măsură, atunci unghiurile se numesc ..... . (5p)
6. Triunghiul al cărui ortocentru coincide cu un vârf al său se numește triunghi ... . (5p)

#### **II. Încercuiți răspunsul corect știind că numai una din cele 4 variante de răspuns este corectă.**

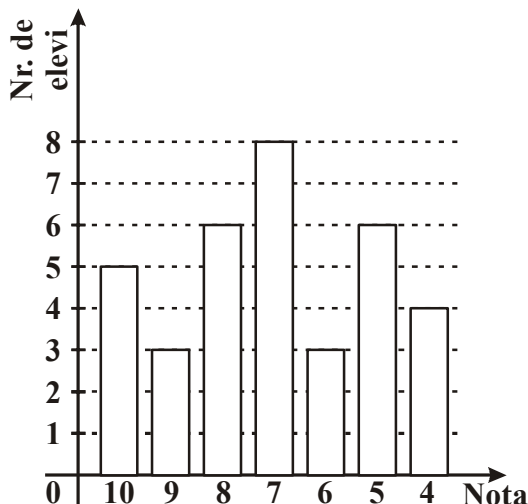
1. Numărul divizorilor întregi ai numărului 18 este: (5p)  
A. 6;                      B. 4;                      C. 12;                      D. 18.
2. Dacă  $a = 101 \cdot 5 + 101 \cdot (-4)$ , atunci  $a$  este egal cu: (5p)  
A. 909;                      B. 101;                      C. 100;                      D. -101.
3. Dacă 2 și 5 sunt direct proporționale cu 6 și  $x - 1$ , atunci  $x$  este egal cu:  
A. 32;                      B. 16.                      C.  $8\frac{1}{2}$ ;                      D. 16,5. (5p)
4. Dacă ( $OX$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle AOB$  și  $m(\sphericalangle AOB) = 47^\circ 15' 20''$ , atunci  $m(\sphericalangle XO A)$  este egală cu: (5p)  
A.  $22^\circ 74' 40''$ ;                      B.  $23^\circ 37' 80''$ ;                      C.  $23^\circ 37' 40''$ ;                      D.  $22^\circ 14' 40''$ .
4. Punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $[MN]$  dacă: (5p)  
A.  $M, N, C$  sunt coliniare;                      B.  $C \in MN$ ;                      C.  $C \in MN$  și  $CM = CN$ ;                      D.  $CM = CN$ .
5. În figura alăturată  $[AA']$  este mediană în triunghiului  $ABC$ , iar  $G$  este centrul său de greutate. Dacă  $AG = 37$  cm, atunci  $AA'$  are lungimea egală cu: (5p)  
A. 55 cm;                      B. 111 cm;                      C. 55,50 cm;                      D. 13,5 cm.



6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  și  $BC = 28$  cm. Dacă  $A'$  este mijlocul ipotenuzei  $BC$ , atunci lungimea medianei  $[AA']$  este egală cu: (5p)  
**A.** 14 cm;                    **B.** 28 cm;                    **C.** 7 cm;                    **D.** 21 cm.

**III. Scrieți rezolvările complete:**

1. Diagrama alăturată indică repartitia notelor la testul de evaluare națională a unei clase la matematică.



- a) Câți elevi au luat note peste 8? (5p)  
b) Câți elevi au luat note peste 5? (5p)  
c) Care este probabilitatea ca alegând o lucrare la întâmplare, pe ea să fie nota 8 sau nota 10? (3p)  
d) Care este media clasei la testul de matematică? (2p)

2. În triunghiul  $ABC$ , punctul  $O$  este mijlocul laturii  $(BC)$ . Considerăm punctul  $D$  simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$ .

- a) Arătați că  $(AB) = (CD)$ . (5p)  
b)  $AC \parallel BD$ . (5p)  
c)  $m(\sphericalangle BAC) = m(\sphericalangle BDC)$ . (5p)

*Timp de lucru: 50 de minute.  
Se acordă 10 puncte din oficiu.*

## Testul 2

**I. Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți propoziții adevărate**

1. Rezultatul calculului  $4^2 - 3^2 + 2014^0 - 1^{2014}$  este egal cu ... . (5p)  
2. Rotunjirea cu zecimi a numărului 145,2673 este numărul ... . (5p)  
3. Soluția ecuației  $\frac{7x-1}{4} = 1 + \frac{3x+1}{2}$  este numărul rațional ... . (5p)  
4. Punctele care sunt situate pe aceeași dreaptă se numesc puncte ... . (5p)  
5. Dacă un unghi este congruent cu complementul său, atunci unghiul are măsura de ...°. (5p)  
6. Măsura unui unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic isoscel este egală cu ...°. (5p)

## Răspunsuri

### ARITMETICĂ. ALGEBRĂ

#### Capitolul I. Mulțimea numerelor naturale

##### Operații cu numere naturale. Divizibilitatea în $\mathbf{N}$

1. **a)** 3950; **b)** 5234; **c)** 1355; **d)** 348; **e)** 31; **f)** 14. **2. a)** 301; **b)** 1650; **c)** 4311; **d)** 6816000. **3. a)** 1; **b)** 108; **c)** 147; **d)** 451. **4. a)** 2028098; **b)** 50. **5. 7. 6. 3. 8. a)** 7; **b)** 6; **c)** 500; **d)** 11; **e)** 3; **f)** 4; **g)** 175; **h)** 19. **9. a)**  $27^{27} = (3^3)^{27} = 3^{81}$ ; **b)**  $2^{50} > 3^{30}$ .
- 10. a)**  $\emptyset$ ; **b)**  $\emptyset$ ; **c)**  $\{2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ ; **d)**  $\{5, 25\}$ ; **e)**  $\{2, 4, 8\}$ ; **f)**  $\{2, 3, 5, 6, 10, 15\}$ . **11. a)** 1 și 11; **b)** 1 și 17; **c)** 1 și 25; **d)** 1 și 49; etc. **12.**  $2^7 = 128$ ,  $2 \cdot 3^3 = 54$ ,  $3 \cdot 2^3 = 24$ . **13. a)**  $n \in \{2, 5, 14\}$ ; **b)**  $n \in \{1, 4, 7, 16\}$ . **14.**  $A = \{0, 5\}$ ;  $B = \{2, 5, 8\}$ ;  $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ;  $D = \{0, 9\}$ . **15. a)**  $9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$  de numere; **b)**  $9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$  de numere. **16.**  $p_1$  (F),  $p_2$  (F),  $p_3$  (A),  $p_4$  (A),  $p_5$  (F),  $p_6$  (F),  $p_7$  (A). **18.** 2 și 13. **19.**  $\overline{aaaa} = a \cdot 1111 = a \cdot 11 \cdot 101$  (Răspuns: Nu).  $\overline{aa}$  poate fi 11 (Răspuns: Da). **20. 2. 22.**  $2^7 = 128$ ,  $2^3 \cdot 5 = 40$ ,  $2 \cdot 5^3 = 250$ . **23. a)** 6 și 96; **b)** 9 și 162; **c)** 12 și 2880. **25.** 301 ouă. **26.** 180, 210, 240, 270, 300, 330. **27.** 60 de bomboane. **28. b)** 15 și 90; 30 și 45; **c)** 15 și 90; 30 și 75; 45 și 60. **29. a)** 4; **b)** 3. **30. b)**  $a = 7$ ,  $b = 3$ ; **c)**  $a = 5$ ,  $b = 3$ ,  $c = 2$  sau  $a = b = 2$  și  $c = 3$ . **31.** De 10 ori. **32.**  $[24, 36] = 72$ .  $72 : 24 = 3$  rotații;  $72 : 36 = 2$  rotații.

#### Capitolul II. Mulțimea numerelor raționale, pozitive, $\mathbf{Q}_+$

##### II.1. Frații. Numere raționale pozitive

1. **a), b)** și **d)**. **2.**  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{9}{15}$ ,  $\frac{12}{20}$ . **3.**  $\frac{10}{8}$ ,  $\frac{15}{12}$ ,  $\frac{20}{16}$ ,  $\frac{25}{20}$ . **4.**  $\frac{26^{13}}{39} = \frac{2}{3}$ ;  $\frac{4^2}{6} = \frac{2}{3}$ ;  
 $\frac{21^{21}}{63} = \frac{1}{3}$ ;  $\frac{84^7}{49} = \frac{12}{7}$ ; etc. **5.**  $\frac{5}{6} = \frac{35}{42}$ ;  $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$ ; etc. **6. 1. a)**  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 9$ ;  
**b)**  $n > 5$ ; **c)**  $n \geq 9$ ; **d)**  $n \geq 5$ . **2. a)** 8; **b)** 5; **c)** 8; **d)** 4. **3. a)**  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ;  
 $b \leq 4$ ; **c)**  $n \leq 7$ ,  $n \in \{1, 2, 3\}$ . **7. a)** 0,5; 1,25; 0,45; 0,003; 0,2134; **b)** 0,875;  
1,5; 1,4; 0,96; 0,792; 0,8125; **c)** 0,(6); 0,(7); 2,(142857); 0,(692307);  
0,(142857); **d)** 1,1(6); 0,7(3); 2,1(6); 0,30(5); 1,58(3). **8. a)**  $\frac{6}{5}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{103}{25}$ ;  
**b)**  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{26}{11}$ ,  $\frac{33}{8}$ ; **c)**  $\frac{103}{330}$ ,  $\frac{121}{15}$ ,  $13\frac{4111}{33300}$ . **9. a)** 1; **b)** 7; **c)**  $n \in \emptyset$ ; **d)** 4; **b)** 8; **f)** 2.  
**10.**  $B = \{3, 5, 9, 23\}$ ,  $C = \{0, 1, 3\}$ ,  $D = \{5k, k \in \mathbb{N}\}$ . **12. a)** „>“; **b)** „>“;  
**c)** „>“; **d)** „<“; **e)** „>“; **f)** „<“; etc. **13. a)** 5,14; **b)** 5,17; **c)** 23,13; **d)** 2,37;  
**e)** 0,78. **14. a)**  $\frac{4}{12}$ ,  $\frac{3}{12}$ ,  $\frac{10}{12}$ ; **b)**  $\frac{22}{18}$ ,  $\frac{9}{18}$ ,  $\frac{7}{18}$ , etc. **15.**  $\frac{7}{20}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{13}{18}$ ,  $\frac{23}{30}$ ,  $\frac{8}{9}$ ;  
 $\frac{11}{12}$ ,  $\frac{17}{15}$ . **16. b)**  $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ ; **c)**  $2 \leq n \leq 14$ ; **d)**  $13 \leq n \leq 22$ ; **e)**  $n = 7$ .