

**ARTUR BĂLĂUCĂ**

**GABRIEL MÎRȘANU  
IOAN ȚICALO**

**IOAN CIOBANAȘU  
MARIANA CIOBANAȘU**

# **ALGEBRĂ. GEOMETRIE**

**Clasa a VII-a**

- Itemi cu note**
- Modele de teste ce conțin itemi cu note și bareme de notare**
- Teste inițiale**
- Variante de teste pentru lucrarea scrisă semestrială**

**EDITURA TAIDA**

**- IAȘI -**

## Introducere

Lucrarea compartimentată pe capitole, pe unități de învățare și chiar pe lecții grupează elementele de conținut ale programei școlare actuale cu respectarea logicii interne de dezvoltare a conceptelor matematice și oferă atât elevilor, cât și profesorilor lor un volum de exerciții și probleme pe cât de variate, pe atât de originale, care au menirea să-i ajute în abordarea și completarea manualelor alternative care au fost depășite din start de programa școlară.

Pentru fiecare capitol și paragraf au fost selectate probleme semnificative, acordându-se o atenție sporită pentru acele capitole în care manualele alternative sunt deficitare.

Problemele cu care debutează capitolele sunt accesibile unei mase largi de elevi cu un nivel minimal al cunoștințelor de bază, gradul lor de dificultate crește progresiv, dar am considerat că nu e necesar să precizăm pragul care delimitează problemele simple de problemele cu grad sporit de dificultate. În opinia noastră noțiunea de problemă „ușoară” și problemă „grea” are nuanțe diferite de la un utilizator la altul (depinde de inspirația de a alege primii pași care conduc sau nu la soluție). Această modalitate de structurare a problemelor va ușura utilizarea lucrării ca un instrument eficient de lucru în testarea diferențiată a elevilor în funcție de posibilitățile intelectuale ale fiecăruia și de interesul manifestat pentru studiul matematicii. S-a optat pentru probleme semnificative și eficiente, atât pentru consolidarea cunoștințelor în diferite etape, cât și pentru pregătirea testelor de evaluare curentă, semestrială sau finală.

Pentru formarea competențelor europene specifice studiului matematicii în gimnaziu, lucrarea a fost astfel concepută încât să contribuie la formarea obișnuinței elevilor de a apela la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice.

Lucrarea prezintă **32** de teme de sinteză care conțin considerații teoretice la noțiunile de bază ale programei ce pot fi utilizate la sistematizarea cunoștințelor precum și numeroase modele de probleme rezolvate.

Lucrarea constituie un suport eficient pentru profesori, elevi și părinți, pentru o evaluare și autoevaluare cât mai obiectivă, de aceea fiecare exercițiu și problemă are specificată nota corespunzătoare.

De asemenea, lucrarea cuprinde 23 de teste din care 4 variante pentru lucrările scrise semestriale precum și 6 teme de recapitulare finală. Pe lângă testele clasice am introdus și teste combinate ce conțin teste grilă și cu răspuns deschis. La testele grilă elevul trebuie să aleagă răspunsul corect din variantele de răspunsuri date știind că unul și numai unul este corect, iar la testele cu răspuns deschis elevul trebuie să completeze spațiul punctat cu răspunsul corect.

După prezentarea enunțurilor problemelor propuse urmează soluții și comentarii. În general soluțiile prezentate nu sunt exhaustive, lăsând posibilitatea utilizatorului de a contribui efectiv la completări.

Suntem recunoscători și adresăm mulțumirile noastre atât colegilor, părinților, cât și elevilor care ne-au dat sugestii și sfaturi competente și ne-au condus la completarea lucrării.

**Artur BĂLĂUCĂ**

**- CUPRINS -**

		Bre- viar	Enun- țuri	Soluții
<b>ALGEBRĂ</b>				
<b>CAPITOLUL I. RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI. NUMERE ÎNTREGI</b>				
I.1.	Mulțimea $\mathbf{Z}$ . Reprezentarea pe axă. $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$ . Opus. Ordonare. Modul .....	6	7	271
I.2.	Operații în $\mathbf{Z}$ .....	8	9	271
I.3.	Divizibilitatea în $\mathbf{Z}$ .....	11	12	271
I.4.	Ecuatii în $\mathbf{Z}$ . Probleme .....	13	13	271
I.5.	Inecuații în $\mathbf{Z}$ .....	14	15	271
<b>CAPITOLUL II. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE</b>				
II.1.	Mulțimea numerelor raționale $\mathbf{Q}$ ; Scrierea numerelor raționale sub formă zecimală sau fracționară. Aproximarea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor; opusul unui număr rațional; modul (valoarea absolută); $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$ . Partea întreagă și partea fracționară a unui număr rațional .....	18	22	272
II.2.	Operații cu numere raționale; proprietăți			
II.2.1.	Adunarea numerelor raționale; proprietăți .....	25	26	274
II.2.2.	Scăderea numerelor raționale.....	28	28	274
II.2.3.	Înmulțirea numerelor raționale .....	30	31	274
II.2.4.	Împărțirea numerelor raționale .....	32	33	275
II.2.5.	Puterea unui număr rațional cu exponent număr întreg. Reguli de calcul cu puteri .....	34	35	275
II.3.	Compararea și ordonarea numerelor raționale .....	37	37	276
II.4.	Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor .....	39	40	276
II.5.	Ecuatia de forma $ax + b = 0$ , cu $a \in \mathbf{Q}^*$ și $b \in \mathbf{Q}$ .....	44	45	278
II.6.	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor .....	48	49	279
<b>CAPITOLUL III. MULȚIMEA NUMERELOR REALE</b>				
III.1.	Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect .....	54	54	280
III.2.	Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv; aproximări .....	56	58	281
III.3.	Exemple de numere iraționale; mulțimea numerelor reale $\mathbf{R}$ ; opusul și modulul unui număr real: definiție, proprietăți; compararea și ordonarea numerelor reale; reprezentarea numerelor reale pe axă prin aproximări; $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ .....	60	62	282
III.4.	Reguli de calcul cu radicali .....	65	65	282
III.5.	Scoaterea factorilor de sub radical .....	66	66	283
III.6.	Introducerea factorilor sub radical .....	68	68	284
III.7.	Operații cu numere reale			
III.7.1.	Adunarea și scăderea .....	69	70	284
III.7.2.	Înmulțirea și împărțirea .....	71	72	284
III.7.3.	Ridicarea la putere a unui număr real cu exponent întreg .....	74	75	285
III.8.	Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ .....	76	76	286
III.9.	Media geometrică a două numere reale pozitive .....	78	78	286
<b>CAPITOLUL IV. CALCUL ALGEBRIC</b>				
Calcul cu numere reale reprezentate prin litere				
IV.1	Reducerea termenilor asemenea. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere ....	82	84	287
IV.2	Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere .....	86	87	288
IV.3	Ridicarea la putere cu exponent întreg a numerelor reale reprezentate prin litere. Reguli de calcul cu puteri.....	89	90	288
IV.4	Formule de calcul prescurtat			
IV.4.1	Pătratul sumei a doi termeni .....	92	93	289
IV.4.2	Produsul sumei cu diferența .....	96	97	290
IV.5	Descompunerea în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbf{R}$ .....	98		
IV.5.1	Metoda factorului comun și gruparea termenilor .....	99	99	291
IV.5.2	Metoda descompunerii diferenței de pătrate .....	100	100	291
IV.5.3	Metoda restrângerii ca pătrat .....	101	102	292
IV.5.4	Metode combinate .....	103	103	292
IV.5.5	Probleme aplicative .....	104	105	293
IV.6	Ecuatii de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbf{Q}$ .....	107	108	294
<b>CAPITOLUL V. ECUAȚII ȘI INECUAȚII</b>				
V.1	Proprietăți ale relației de egalitate în mulțimea numerelor reale. Ecuatii de forma $ax + b = 0$ , $a, b \in \mathbf{R}$ ; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente .....	110	113	295
V.2	Proprietăți ale relației de inegalitate „ $\leq$ ” pe mulțimea numerelor reale .....	116	117	296
V.3	Inecuații de forma $ax + b > 0$ , ( $<$ , $\leq$ , $\geq$ ), $a, b \in \mathbf{R}$ , cu $x$ în $\mathbf{Z}$ .....	118	120	296
V.4	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și al inecuațiilor .....	121	122	297

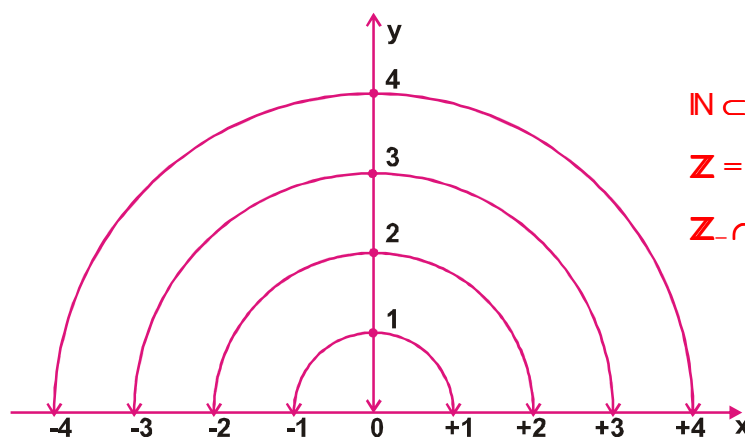
<b>CAPITOLUL VI. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR</b>		
VI.1	Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendiculare (ortogonale) a unor perechi de numere întregi .....	127 128 298
VI.2	Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe perpendiculare; distanța dintre două puncte din plan .....	130 131 299
VI.3	Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice .....	132 134 299
VI.4	Probabilitatea realizării unor evenimente .....	137 138 301
<b>G E O M E T R I E</b>		
<b>CAPITOLUL I. RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI</b> .....		141 145 301
<b>CAPITOLUL II. PATRULATERE</b>		
II.1.	Patrulater convex (definiție; desen). Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex .....	147 148 302
II.2.	Paralelogramul; proprietăți .....	149 150 302
II.3.	Dreptunghiul .....	152 153 303
II.4.	Rombul .....	154 155 304
II.5.	Pătratul .....	156 157 304
II.6.	Trapezul; clasificare; trapezul isoscel; proprietăți .....	159 159 305
II.7.	Arii (triunghiuri, patrulatere)	
	Aria triunghiului .....	161 161 306
	Aria patrulaterului .....	162 162 306
	Aria paralelogramului .....	162 163 306
	Aria dreptunghiului .....	163 163 306
	Aria rombului .....	164 164 306
	Aria pătratului .....	165 165 306
	Aria trapezului .....	166 166 307
<b>CAPITOLUL III. ASEMĂNAREA TRIUNghiURILOR</b>		
III.1.	Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante; împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere / segmente date .....	169 170 307
III.2.	Teorema lui Thales .....	172 174 308
III.3.	Teorema reciprocă a teoremei lui Thales .....	175 176 308
III.4.	Linia mijlocie în triunghi. Proprietăți .....	177 178 310
III.5.	Centrul de greutate al unui triunghi .....	179 180 310
III.6.	Linia mijlocie în trapez; proprietăți .....	181 181 311
III.7.	Triunghiuri asemenea .....	184 184 312
III.8.	Teorema fundamentală a asemănării .....	185 187 312
III.9.	Criterii de asemănare a triunghiurilor .....	190 192 314
<b>CAPITOLUL IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNghiUL DREPTUNGHIC</b>		
IV.1	Proiecții ortogonale pe o dreaptă .....	197 197 315
IV.2	Teorema înălțimii .....	198 199 315
IV.3	Teorema catetei .....	201 201 316
IV.4	Teorema lui Pitagora .....	203 204 317
IV.5	Teorema reciprocă a teoremei lui Pitagora .....	210 211 320
<b>CAPITOLUL V. ELEMENTE DE TRIGONOMETRIE</b>		
V.1	Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit .....	214 216 321
V.2	Rezolvarea triunghiului dreptunghic .....	217 218 322
V.3	Aria triunghiului și aria patrulaterului .....	222 223 323
<b>CAPITOLUL VI. CERCUL</b>		
VI.1	Cercul: definiție; elemente în cerc: centru, rază, coardă, diametru, arc; interior; exterior; discul .....	229 231 326
VI.2	Unghi la centru; măsura arcelor; arce congruente .....	232 234 326
VI.3	Coarde și arce în cerc; diametrul perpendicular pe o coardă; arce cuprinse între coarde paralele; coarde egal depărtate de centru .....	235 237 327
VI.4	Unghi înscris în cerc; triunghi înscris în cerc .....	238 239 328
VI.5	Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc; tangente dintr-un punct exterior la un cerc; triunghi circumscris unui cerc .....	241 243 329
<b>CAPITOLUL VII. POLIGOANE REGULATE</b>		
VII.1	Poligoane regulate .....	246 248 331
VII.2	Lungimea cercului și aria discului .....	250 251 332
<b>CAPITOLUL VIII. VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUCRAREA SCRISĂ SEMESTRIALĂ</b>		
	Semestrul I .....	257 335
	Semestrul al II-lea .....	259 337
<b>CAPITOLUL IX. RECAPITULARE FINALĂ</b> .....		262 338
<b>REZULTATE, INDICAȚII ȘI SOLUȚII</b> .....		271
<b>BIBLIOGRAFIE</b> .....		341

# ALGEBRA

## Capitolul I

### RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI

#### Numere întregi



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$$

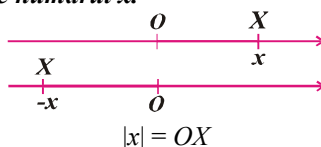
$$\mathbb{Z}_- \cap \mathbb{Z}_+ = \emptyset$$

#### I.1. Mulțimea $\mathbb{Z}$ . Reprezentarea pe axă. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ . Opus. Ordonare. Modul

##### Rețineți!

##### Modulul unui număr întreg

Modulul unui număr întreg  $x$  este distanța dintre originea axei numerelor și punctul de pe axă a cărui coordonată este numărul  $x$ .



Valoarea absolută sau modulul unui număr întreg  $x$ , notată  $|x|$ , se definește și astfel:

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{dacă } x < 0 \\ 0, & \text{dacă } x = 0 \\ x, & \text{dacă } x > 0 \end{cases} \quad \text{sau} \quad |x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases} \quad \text{sau} \quad |x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x > 0 \\ -x, & \text{dacă } x \leq 0 \end{cases}$$

##### Proprietăți:

- $|x| = \max(-x, x)$ ;
- $x \leq |x|$  și  $-x \leq |x|$ ;
- $|x| \geq 0$ ;
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ;
- $|x| = |-x|$ ;
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ ;
- $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$  ( $y \neq 0$ );
- $|x + y| \leq |x| + |y|$ ;
- $|x| \leq n, n > 0 \Leftrightarrow -n \leq x \leq n$ .

### Exerciții rezolvate:

1. Determinați mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Z} / 5 < |x| \leq 7\}$ .  
*Răspuns:*  $A = \{-7; -6; +6; +7\}$
2. Determinați mulțimea  $B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| \leq 3\}$ .  
*Rezolvare:*  $|x| \leq 3$  este echivalentă cu  $-3 \leq x \leq 3$ . Deci  $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
3. Rezolvați în  $\mathbb{Z}$  ecuațiile: **a)**  $|x| = 3$ ; **b)**  $|y| = -100$ .  
*Rezolvare:* **a)**  $x \in \{-3; 3\}$ ; **b)**  $y \in \emptyset$  pentru că  $|y| \geq 0$ , oricare ar fi  $y \in \mathbb{Z}$ .
4. Câte elemente are mulțimea  $M = \{x \in \mathbb{Z}^* / |x| \leq 2010\}$ ?  
*Răspuns:*  $2010 \cdot 2 = 4020$  elemente.

### EXERCITII ȘI PROBLEME

1. **a)** Ordonăți următoarele numere întregi reprezentându-le pe axa numerelor:  
 $-7; +2; -3; 0; -2; 6; -5; +3; +1; -8; 9; -9; 10$ ;  
**b)** Reprezentați pe axă opusele numerelor:  $-4; +5; 0; -1; 3; -3; 8; -8; 7; -5; -10; +2; -7; -6; 9$ .  
(nota 5)
2. Reprezentați pe axă numerele de mai jos și scrieți-le în ordine crescătoare:  
**a)**  $-4, +2, 0, -5, +1, -6$ ; **b)**  $-3, +4, +5, -7, +8$ ; **c)**  $-9, +6, +7, 0, -11, +8$ . (nota 5)
3. **a)** Reprezentați pe axa numerelor punctele:  $A(-4); B(-3); C(-9); D(+5); E(-2); F(-6); G(-10); H(+3); I(-7)$ . **b)** Determinați lungimile segmentelor:  $[AD]; [AF]; [DG]; [HI]$ .  
**c)** Determinați abscisa mijlocului segmentelor  $[BC]; [HD]; [FG]; [AF]$ . (nota 5)
4. Determinați  $x \in \mathbb{Z}$  și  $y \in \mathbb{Z}$  astfel încât numerele întregi:  $-7, -5, -2, x, y, 3$  să fie ordonate crescător.  
(nota 5)
5. Fie mulțimea:  $A = \left\{ \frac{23}{7}; -2; 8; -40; 2,5; 0; \frac{1}{7}; -8 \right\}$ . **a)** Scrieți submulțimea ale cărei elemente sunt numere negative. **b)** Scrieți submulțimea ale cărei elemente au modulul mai mare decât 2. **c)** Calculați suma dintre cel mai mic și cel mai mare element al mulțimii A.  
(nota 5)
6. Determinați numerele întregi  $x$  și  $y$  știind că mulțimile:  $\{4, 6, |x|\}$  și  $\{|-6|, |y|, |-5|\}$  sunt egale.  
(nota 7)
7. Determinați mulțimea:  $A = \{x \in \mathbb{Z} / 7 < |x| \leq 10\}$ .  
(nota 5)
8. Determinați  $x \in \mathbb{Z}$  știind că: **a)**  $|x| = 0$ ; **b)**  $|x| = -10$ ; **c)**  $|x| = 4$ ; **d)**  $|-x| \leq 2$ ; **e)**  $-4 \leq |x| \leq 3$ ; **f)**  $|x| < 5$ ; **g)**  $|x| \leq 6$ ; **h)**  $|x| \leq -1$ .  
(nota 9)
9. Determinați  $x \in \mathbb{Z}$  știind că: **a)**  $|x| = 4$ ; **b)**  $|x| = -5$ ; **c)**  $|x-1| = |1-x|$ ; **d)**  $|x| = 0$ ; **e)**  $|x+2| = x+2$ ; **f)**  $|x-1| = 1-x$ ; **g)**  $|x-5| = 2$ ; **h)**  $|x-4| = -7$ ; **i)**  $|x-1| + |x-3| = 2$ .  
(nota 9)
10. Determinați mulțimea:  $A = \{x+y / |x-1| = 3; |y+1| = 5 \text{ și } x, y \in \mathbb{Z}\}$ .  
(nota 10)

## Capitolul III

### MULȚIMEA NUMERELOR REALE

#### III.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

**Rețineți!** Fiind dat numărul natural  $a$  care este pătratul unui număr natural  $x$ ,  $x$  se numește rădăcina pătrată a lui  $a$  și avem  $a = x^2$ . Se notează  $x = \sqrt{a}$ .

##### Probleme rezolvate:

**1. Problemă aplicativă.** Două grădini au aceeași suprafață. Una este pătrată, iar cealaltă este dreptunghiulară, având dimensiunile de 162 m și 32 m. Aflați dimensiunile grădinii pătrate.

**Rezolvare:**

Aria grădinii pătrate =  $l^2 = 162 \cdot 32 = 2 \cdot 3^4 \cdot 2^5 = 3^4 \cdot 2^6$ , de unde  $l = \sqrt{3^4 \cdot 2^6} = 3^2 \cdot 2^3 = 72$  m.

**2. Calculați:**

**a)**  $\sqrt{5^4}$ ; **b)**  $\sqrt{7^{14}}$ ; **c)**  $\sqrt{144}$ ; **d)**  $\sqrt{102400}$ ; **e)**  $\sqrt{2^6 \cdot 3^4}$ ; **f)**  $\sqrt{2^8 \cdot 3^6}$ ; **g)**  $\sqrt{3^{18} \cdot 7^6 \cdot 11^8}$ .

**Rezolvare:**

**a)**  $5^4 = (5^2)^2$ ,  $\sqrt{5^4} = 5^2$ ; **b)**  $7^{14} = (7^7)^2$ ,  $\sqrt{7^{14}} = 7^7$ ; **c)**  $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt{(2^2 \cdot 3)^2} = 2^2 \cdot 3 = 12$ ;

**d)**  $\sqrt{102400} = \sqrt{2^{12} \cdot 5^2} = \sqrt{(2^6 \cdot 5)^2} = 2^6 \cdot 5 = 64 \cdot 5 = 320$ ; **e)**  $\sqrt{2^6 \cdot 3^4} = \sqrt{(2^3 \cdot 3^2)^2} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$ ;

**f)**  $\sqrt{2^8 \cdot 3^6} = \sqrt{(2^4 \cdot 3^3)^2} = 2^4 \cdot 3^3 = 16 \cdot 27 = 432$ ; **g)**  $\sqrt{3^{18} \cdot 7^6 \cdot 11^8} = \sqrt{(3^9 \cdot 7^3 \cdot 11^4)^2} = 3^9 \cdot 7^3 \cdot 11^4$ .

#### EXERCII ȘI PROBLEME

**1. a)** Scrieți toate numerele naturale pătrate perfecte mai mici decât 140.  
**b)** Scrieți toate numerele naturale pătrate perfecte cuprinse între 152 și 246. (nota 5)

**2.** Calculați descompunând mai întâi numerele în factori primi  $\sqrt{81}$ ;  $\sqrt{169}$ ;  $\sqrt{441}$ ;  $\sqrt{1225}$ ;  $\sqrt{2209}$ ;  $\sqrt{1764}$ ;  $\sqrt{6561}$ ;  $\sqrt{2916}$ ;  $\sqrt{14641}$ ;  $\sqrt{44100}$ ;  $\sqrt{15625}$ ;  $\sqrt{2025}$ ;  $\sqrt{3600}$ ;  $\sqrt{5184}$ ;  $\sqrt{7056}$ ;  $\sqrt{4410000}$ . (nota 5)

**3.** Calculați:

**a)**  $\sqrt{2^6}$ ;

**b)**  $\sqrt{11^6}$ ;

**c)**  $\sqrt{19^4}$ ;

**d)**  $\sqrt{23^4}$ ;

**e)**  $\sqrt{3^8}$

**f)**  $\sqrt{10^8}$ ;

**g)**  $\sqrt{10^{12}}$ ;

**h)**  $\sqrt{(-3)^2}$ ;

**i)**  $\sqrt{(-19)^4}$ ;

**j)**  $\sqrt{(-2)^6}$

**k)**  $\sqrt{(-10)^{14}}$ ;

**l)**  $\sqrt{2^2 \cdot 3^4}$ ;

**m)**  $\sqrt{3^6 \cdot 5^4}$ ;

**n)**  $\sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^6}$ ;

**o)**  $\sqrt{(-3)^2 \cdot (-5)^4 \cdot (-7)^2}$ ;

**p)**  $\sqrt{5^2 \cdot (-2)^8 \cdot (-3)^4}$ ;

**q)**  $\sqrt{(-4)^2 \cdot (-5)^4 \cdot (-1)^{2012}}$ ;

**r)**  $\sqrt{(-2)^{10} \cdot (-3)^6 \cdot (-1)^{100}}$ .

**a) - g)** (nota 5); **h) - r)** (nota 7)

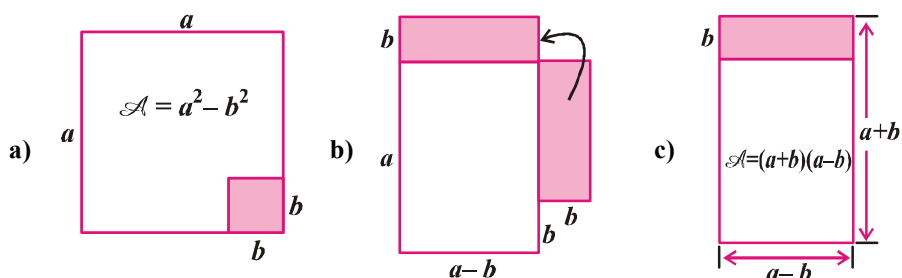
#### IV.4.2

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ (produsul sumei cu diferența)}$$

Să observăm:

#### PROBLEMĂ PRACTICĂ

Tatăl lui Victor a decupat din carton o figură pătrată de latură  $a$ , din care lipsește un colț ce are tot formă pătrată cu latura  $b$ . (figura de mai jos)



Victor este solicitat să efectueze o singură tăietură dreaptă, astfel încât lipind partea decupată la cea rămasă să obțină un dreptunghi care să aibă aceeași arie cu a cartonului decupat inițial. Cum a procedat Victor? Ce formulă descoperă Victor exprimând ariile celor două figuri?

**Rezolvare:**

Observați figurile a) și b).

Victor descoperă formula:  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  (produsul sumei cu diferența).

#### Exerciții rezolvate:

Calculați:

a)  $(x - 7)(x + 7)$ ;

b)  $(x + \sqrt{11}) \cdot (x - \sqrt{11})$ ;

c)  $\left(-\frac{1}{3}x + \sqrt{11}\right) \left(-\frac{1}{3}x - \sqrt{11}\right)$ ;

d)  $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ ;

e)  $93 \cdot 107$ ;

f)  $47 \cdot 53$ ;

g)  $(x - 5)^2 + (x + 5)^2 - (x - 5)(x + 5)$ ;

h)  $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{99} - \sqrt{100})(\sqrt{99} + \sqrt{100})$ .

**Rezolvare:**

a)  $x^2 - 49$ ;

b)  $x^2 - 11$ ;

c)  $\frac{1}{9}x^2 - 11$ ;

d)  $5 - 3 = 2$ ;

e)  $(100 - 7)(100 + 7) = 100^2 - 49 = 10000 - 49 = 9951$ ;

f)  $(50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$ ;

g)  $(x^2 - 10x + 25) + (x^2 - 10x + 25) - (x^2 - 25) =$

$$= x^2 - 10x + 25 + x^2 - 10x + 25 - x^2 + 25 = x^2 + 25$$
;

h)  $(1 - 2) + (2 - 3) + (3 - 4) + \dots + (98 - 99) + (99 - 100) =$

$$= 1 - 2 + 2 - 3 + 3 - 4 + \dots + 98 - 99 + 99 - 100 = 1 - 100 = -99$$
.



## EXERCII ȘI PROBLEME

**1.** Calculați utilizând formula  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ .

**a)**  $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$ ;      **d)**  $(\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3)$ ;      **g)**  $(\sqrt{40} + \sqrt{2})(\sqrt{40} - \sqrt{2})$ ;

**b)**  $(\sqrt{8} - \sqrt{2})(\sqrt{8} + \sqrt{2})$ ;      **e)**  $(\sqrt{30} + \sqrt{6})(\sqrt{30} - \sqrt{6})$ ;      **h)**  $(5 - \sqrt{12})(5 + \sqrt{12})$ ;

**c)**  $(\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7})$ ;      **f)**  $(5 + \sqrt{10})(5 - \sqrt{10})$ ;      **i)**  $(\sqrt{21} - \sqrt{13})(\sqrt{21} + \sqrt{13})$ .

(nota 5)

**2.** Efectuați, utilizând formulele de calcul prescurtat:

**a)**  $(x + 4)(x - 4)$ ;  $(2 - a)(a + 2)$ ;  $(2x + a)(2x - a)$ ;  $(3 - 2x)(2x + 3)$ ;  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$ ;

$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)$ ; **b)**  $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$ ;  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x + \sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}x - \sqrt{3}\right)$ ;  $(-x + 2)(x + 2)$ ;

**c)**  $(x + y - 1)(x + y + 1)$ ;  $[(2x + y) - 1][(2x + y) + 1]$ ;  $(x - y + z)(x + y + z)$ .      (nota 5)

**3.** Calculați:

**a)**  $(3 - 2\sqrt{3})(3 + 2\sqrt{3})$ ;

**f)**  $\left(\frac{1}{5}xy - 1\right)\left(\frac{1}{5}xy + 1\right)$ ;

**b)**  $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ ;

**g)**  $(3\sqrt{2}x - 4\sqrt{3}y)(3\sqrt{2}x + 4\sqrt{3}y)$ ;

**c)**  $(3\sqrt{5} - 2)(3\sqrt{5} + 2)$ ;

**h)**  $\left(\frac{2a}{3} + \frac{3b}{4}\right)\left(\frac{2a}{3} - \frac{3b}{4}\right)$ ;

**d)**  $(\sqrt{3}x - 4y)(\sqrt{3}x + 4y)$ ;

**i)**  $(2\sqrt{3}x + \sqrt{12}y)(2\sqrt{3}x - \sqrt{12}y)$ .      (nota 7)

**e)**  $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)$ ;

**4.** Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ :

**a)**  $(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25$ ; **b)**  $(3 - x^2)(3 + x^2) = x^2 - 9$ ; **c)**  $(x - 7)^2(x + 7)^2 = (x^2 - 49)^2$ ;

**d)**  $(\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x) = 3 - x^2$ ; **e)**  $(x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) = x^2 - 10$ ;

**f)**  $(x - 3)^2 - (x + 3)^2 = [(x - 3)(x + 3)]^2$ ; **g)**  $(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2}) = (x - 1)^2 - 2$ ;

**h)**  $\frac{(\sqrt{11} - \sqrt{5})x}{2} = \frac{3x}{\sqrt{11} + \sqrt{5}}$ ; **i)**  $\frac{2x}{\sqrt{21} - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{21} + \sqrt{5})x}{8}$ .      (nota 7)

**5.** Copiați și completați căsuțele cu numerele reale care lipsesc:

**a)**  $(\square - \sqrt{5})(x + \square) = x^2 - 5$ ; **b)**  $(3x - 2)(\square + \square) = 9x^2 - 4$ ; **c)**  $(5x - \square)(\square + \square) = 25x^2 - 1$ ; **d)**  $(\square - 3)(\square + \square) = 16y^2 - 9$ ; **e)**  $3x^2 - 4 = (x\sqrt{3} - \square)(\square + 2)$ .      (nota 7)

**6.** Aflați media aritmetică și media geometrică a numerelor: **a)**  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$  și  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ ;

**b)**  $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})^2$  și  $(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^2$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .      (nota 9)

## VI.2 Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe perpendiculare; distanța dintre două puncte din plan

$$MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**Mijlocul unui segment**

Dacă  $P \in MN$  și  $(PM) \equiv (PN)$ , atunci

$$P\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

**Problemă rezolvată:**

a) Reprezentați într-un sistem de axe perpendiculare punctele:  $A(-3; -1)$ ;  $B(2; -3)$ ;  $C(4; 2)$ ;  $D(-1; 4)$ ;

b) Aflați lungimea segmentelor  $(AB)$ ,  $(BC)$ ,  $(CD)$ ,  $(AD)$ ,  $(AC)$  și  $(BD)$ .

c) Aflați coordonatele mijloacelor segmentelor  $[AC]$  și  $[BD]$ . Ce observați?

d) Aflați măsura unghiului  $\sphericalangle ABC$ .

**Rezolvare:**

b)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ , unde  $x_1 = -3, x_2 = 2, y_1 = -1, y_2 = -3$ .

$$AB = \sqrt{[2 - (-3)]^2 + [-3 - (-1)]^2} = \sqrt{(2+3)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$
 unități de lungime.
$$BC = \sqrt{(4-2)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$
 unități de lungime.
$$CD = \sqrt{(-1-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$
 unități de lungime.
$$AD = \sqrt{(-1+3)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}$$
 unități de lungime.
$$AC = \sqrt{(4+3)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$$
 unități de lungime.
$$BD = \sqrt{(-1-2)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$$
 unități de lungime.

**Fig. 20**

c) Dacă punctul  $P$  este mijlocul segmentului  $[AC]$ , atunci  $P$  are coordonatele:

$$P\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right), \text{ adică } P\left(\frac{-3+4}{2}, \frac{2-1}{2}\right) \text{ sau } P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

Dacă punctul  $Q$  este mijlocul segmentului  $[BD]$ , atunci  $Q$  are coordonatele:

$$Q\left(\frac{-1+2}{2}, \frac{4-3}{2}\right), \text{ adică } Q\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

Segmentele  $(AC)$  și  $(BD)$  au același mijloc (**fig. 20**).

**Observație!** Era de așteptat ca segmentele  $(AC)$  și  $(BD)$  să aibă același mijloc deoarece se observă că patrulaterul  $ABCD$  este romb și diagonalele lui se înjumătățesc.

d) Rombul  $ABCD$  are diagonalele congruente, deci este pătrat și atunci  $m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ$ .

## EXERCIIII ȘI PROBLEME

1. Se dau punctele  $A(-3; 4)$ ,  $B(-5; 5)$ ,  $C(-3\sqrt{2}; 4)$ ,  $D\left(4 - \sqrt{17}; -\frac{1}{2}\right)$ ;  $E(8; 8)$ ;  $F\left(2\frac{1}{5}; 4\right)$ ;  $G\left(3\sqrt{5}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ ;  $H(-3; -4)$ ;  $I(-0,1; +0,001)$ . Precizați cãrui cadran îi aparține fiecare punct. Alcãtuiți un tabel. (nota 5)

2. Într-un sistem ortogonal de coordonate  $xOy$  se considerã punctele  $A(3; 2)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(-3; 2)$ ,  $D(0; -3)$ ,  $E(2; 3)$ ,  $F(-2; -4)$ ,  $G(-5; 0)$ ,  $H(0; 3)$ ,  $I(-5; -2)$ ,  $J(-4; +3)$ ,  $K(+1; -10)$ ,  $L(\sqrt{3}; -\sqrt{2})$ .

a) Reprezentați în sistemul  $xOy$  punctele date.

b) Care dintre punctele date sunt situate pe axa ordonatelor? Dar pe axa absciselor?

c) Care dintre punctele date sunt în cadranul al treilea? Dar în cadranul al patrulea? (nota 5)

3. Fie un sistem ortogonal de coordonate  $xOy$ .

a) Determinați coordonatele punctelor de pe axa  $Oy$  situate la distanța 4 de punctul  $O$ .

b) Determinați coordonatele de pe axa  $Ox$  situate la distanța  $\sqrt{5}$  de punctul  $O$ . (nota 5)

4. Fie  $xOy$  un sistem ortogonal de coordonate și punctele  $A(-4; 3)$ ,  $B(-4; 5)$ ,  $C(-1; 4)$  și  $D(+3; 4)$ . Arãtați cã: a)  $AB \parallel Oy$ ; b)  $CD \parallel Ox$ . (nota 5)

5. a) Reprezentați în același sistem de axe ortogonale punctele:  $A(-3; 2)$ ;  $B(3; 2)$ ;  $C(-2; -3)$ ;  $D(2; -1)$ ;  $E(2; 2)$ ;  $F(-3; 1)$ ;  $G(-3; 5)$ ;  $H(-1; -2)$ . b) Determinați lungimea segmentelor:  $[AB]$ ,  $[AC]$ ,  $[BC]$ ,  $[AD]$  în funcție de unitatea de mãsurã aleasã.

c) Determinați coordonatele mijloacelor segmentelor:  $[AB]$ ,  $[BC]$ ,  $[BD]$ ,  $[EF]$ ,  $[GH]$ . (nota 5)

6. Fie punctele  $A(-3; 2)$ ;  $B(5; 2)$  și  $C(1, 6)$ . a) Arãtați cã triunghiul  $ABC$  este isoscel.

b) Determinați coordonatele mijloacelor medianelor triunghiului  $ABC$ . (nota 7)

7. Arãtați cã urmãtoarele puncte sunt coliniare:

a)  $A(1; -2)$ ,  $B(-1; 4)$ ,  $C(2; -5)$ ; b)  $M(1; -1)$ ,  $N(2; 1)$ ,  $P(-1; -5)$ . (nota 7)

8. Verificați dacã punctele urmãtoare sunt coliniare: a)  $A(2; -4)$ ;  $B(-1; 5)$ ;  $C(1; 2)$ .

b)  $M(1; 3)$ ;  $N(2; 2)$ ;  $P(-3; 7)$ . c)  $D(-5; -5)$ ;  $E(3; 3)$ ;  $F(4; -4)$ . (nota 7)

9. Se dau punctele  $A(-3; 5)$ ,  $B(7; 3)$  și  $P(2; 4)$  reprezentate într-un sistem ortogonal de coordonate. Calculând distanțele  $AB$ ,  $AP$  și  $BP$  arãtați cã  $P$  este mijlocul segmentului  $(AB)$ . (nota 7)

10. Fie  $xOy$  un sistem ortogonal de coordonate.

a) Arãtați cã punctele  $A(-3; 2)$  și  $B(3; 2)$  sunt simetrice față de axa  $Oy$ .

b) Aflați coordonatele simetricului punctului  $C(-3; 3)$  față de axa  $Ox$ , apoi față de axa  $Oy$ . (nota 7)

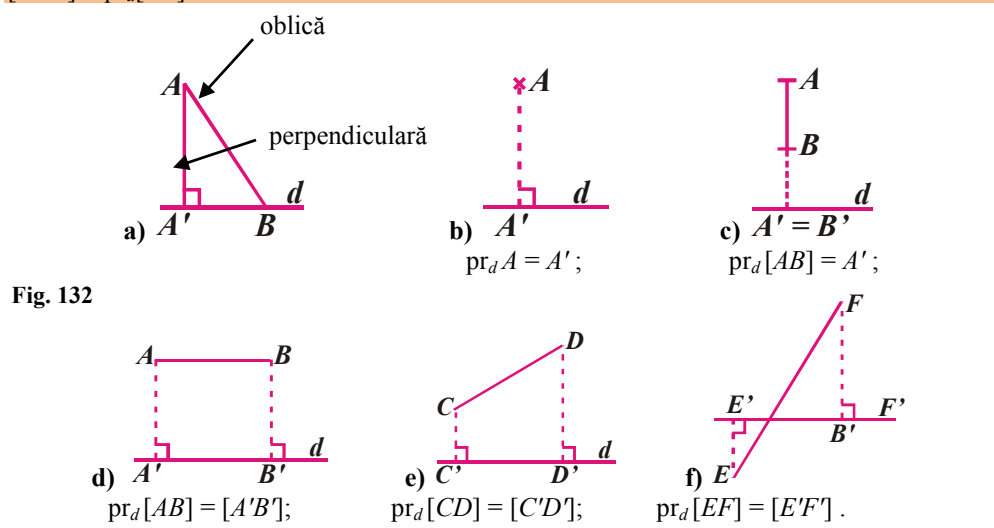
# CAPITOLUL IV

## RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIIUL DREPTUNGHIIC

### IV.1 Proiecții ortogonale pe o dreaptă

**Rețineți!**

- Proiecția ortogonală a unui punct pe o dreaptă este piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă (fig. 132 b)).
- Proiecția unui segment pe o dreaptă este un punct (fig. 132 c)) sau un segment (fig. 132 d), e), f)).
- Proiecția mijlocului segmentului  $[AB]$  pe o dreaptă  $d$  este mijlocul segmentului  $[A'B'] = pr_d[AB]$ .



### EXERCITII ȘI PROBLEME

1. Într-un triunghi  $ABC$  se construiește  $BD \perp AC$ ,  $D \in AC - \{A, C\}$ . Atunci:
  - a)  $pr_{AC} B = \dots$ ; b)  $pr_{AC} A = \dots$ ; c)  $pr_{AC}[AB] = \dots$ ; d)  $pr_{AC}(BC) = \dots$ ; e)  $pr_{AC}[BD] = \dots$ ;
  - (nota 5)
2. Fie pătratul  $ABCD$  și  $\{O\} = AC \cap BD$ . Precizați:
  - a)  $pr_{BC} A$ ; b)  $pr_{BC} D$ ; c)  $pr_{AB} D$ ;
  - d)  $pr_{BD} A$ ; e)  $pr_{AC}[AB]$ ; f)  $pr_{AB}[AC]$ ; g)  $pr_{[BC]}[AD]$ ; h)  $pr_{BC}[BD]$ ; i)  $pr_{AC}[BD]$ .
  - (nota 5)
3. Fie triunghiul  $ABC$  cu  $m(\angle BAC) = 90^\circ$  și punctul  $D$  proiecția punctului  $A$  pe dreapta  $BC$ . Precizați proiecția:
  - a) punctului  $C$  pe cateta  $[AB]$ ; d) catetei  $[AB]$  pe cateta  $[AC]$ ;
  - b) punctului  $B$  pe cateta  $[AB]$ ; e) înălțimii  $[AD]$  pe ipotenuza  $[BC]$ ;
  - c) ipotenuzei  $[BC]$  pe cateta  $[AB]$ ; f) catetei  $[AC]$  pe ipotenuza  $[BC]$ .
  - (nota 5)
4. Într-un triunghi ascuțitunghic  $ABC$  se consideră înălțimile  $[AD]$ ,  $[BE]$ ,  $[CF]$  și ortocentrul  $H$ . Atunci:
  - a)  $pr_{AC}[CH] = \dots$ ; b)  $[DH] = pr_{AD} \dots$ ; c)  $[FH] = pr \dots [AH] = pr_{CF} \dots$ .
  - (nota 5)

## CAPITOLUL VIII

### VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUCRAREA SCRISĂ SEMESTRIALĂ

#### Semestrul I

#### § Test 20 (varianta 1)

**SUBIECTUL I (30 puncte) – Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.**

1. Rezultatul calculului  $\frac{1}{6} \cdot 12$  este egal cu ... (5p) (nota 5)
2. Rădăcina pătrată a numărului 64 este egală cu ... (5p) (nota 5)
3. Soluția ecuației  $3x - 12 = 21$  este ... (5p) (nota 5)
4. Pătratul  $ABCD$  are aria egală cu  $256 \text{ cm}^2$ . Perimetrul pătratului este egal cu ...cm. (5p) (nota 5)
5. Un romb  $MNPQ$  are  $MP=10 \text{ cm}$  și  $NQ=7 \text{ cm}$ . Aria rombului este egală cu ... $\text{cm}^2$ . (5p) (nota 5)
6. Produsul unui număr rațional nenul cu inversul său este egal cu ... (5p) (nota 5)

**SUBIECTUL II (30 puncte) Pe foaia de teză se trec rezolvările complete.**

1. Desenați un trapez dreptunghic  $ABCD$ . (5p) (nota 5)
2. Calculați  $\sqrt{51,84}$ . (5p) (nota 5)
3. Fie un triunghi  $ABC$  și  $DE \parallel BC$ ,  $D \in (AB)$ ,  $E \in AC$ . Știind că  $AD = 4 \text{ cm}$ ,  $EC = 9 \text{ cm}$ ,  $BD = 6 \text{ cm}$ , atunci segmentul  $AE$  are lungimea egală cu ... cm. (5p) (nota 7)
4. Arătați că numărul  $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{6^2 + 8^2}}$  este rațional. (5p) (nota 7)
5. Se consideră numerele:  $a = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left[\left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^7 - 0,5$  și  $b = \sqrt{51,84} : 10^{-1}$ .
  - a) Aflați numerele  $a$  și  $b$ .
  - b) Calculați media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ . (10p) (nota 7)

**SUBIECTUL III (30 puncte) Pe foaia de teză se trec rezolvările complete.**

1. În trapezul isoscel  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ,  $AD = DC = BC = 6 \text{ cm}$ ,  $AC \perp BC$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ .
  - a) Calculați măsura unghiului  $ABC$ .
  - b) Calculați perimetrul trapezului.
  - c) Dacă  $AD \cap BC = \{E\}$ , demonstrați că punctul  $O$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABE$ .
  - d) Dacă  $AB = 12 \text{ cm}$ , iar punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $[AC]$  și  $[BC]$  determinați lungimea segmentului  $[MN]$ . (20p) (nota 9)

# CAPITOLUL IX

## RECAPITULARE FINALĂ

### Tema 1. Numere reale

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a)  $-5 \in \mathbb{Q}$ ; b)  $-\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$ ; c)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ ; d)  $-\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ; e)  $-\frac{1}{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ; f)  $-8 \in \mathbb{Z}$ ;  
g)  $4 \in \mathbb{N}$ ; h)  $-1,1(6) \in \mathbb{R}$ ; i)  $-\pi \notin \mathbb{Q}$ ; j)  $-5,(5) \notin \mathbb{Q}$ .

2. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuațiile: a)  $|x| = 4$ ; b)  $|x| = \sqrt{5}$ ; c)  $|x - 1| = \sqrt{2}$ .

3. Fie mulțimea:  $A = \{-4; -5; 0; -1,35; -0,(36); -\frac{9}{4}; -\frac{3}{-4}; -\frac{24}{-4}; \frac{3}{-1}; -2,36(7)\}$ .

Determinați elementele mulțimii:

$A = \{x \in A / x \in \mathbb{N}\}$ ;  $B = \{x \in A / x \in \mathbb{Z}\}$ ;  $C = \{x \in A / x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\}$ ;

$D = \{x \in A / x \in \mathbb{Q} / \mathbb{Z}\}$ ;  $E = \{x \in A / x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{Q}\}$ .

4. Determinați mulțimea:  $A = \{x \in \mathbb{Z} / 3 < |x| \leq 7\}$ .

5. Se dau punctele:  $A(3; 3)$ ;  $B(3; 6)$ ;  $C(-4; -2)$ ;  $D(-4; -5)$ ;  $E(3; -4)$ .

a) Reprezentați într-un sistem ortogonal de coordonate punctele  $A, B, C, D, E$ .

b) Arătați că patrulaterul  $ABCD$  este paralelogram. c) Determinați aria triunghiului  $BCE$ .

6. Calculați: a)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot 0,75\right) : \left(-\frac{18}{30}\right)$ ; b)  $\left[\frac{1}{2} + 0,5 \cdot 1,1(6)\right] \cdot 0,(27)$ .

7. Calculați media aritmetică a numerelor:  $-7,2$ ;  $0,(6)$ ;  $3\frac{4}{5}$ ;  $-2\sqrt{3}$ ;  $2\sqrt{3}$  prin rotunjire cu  $\frac{1}{100}$ .

8. Scrieți 5 numere raționale cuprinse între:  $\sqrt{19}$  și  $\sqrt{23}$ .

9. Fie mulțimea :

$A = \left\{-2\frac{1}{3}; -3; +2; \sqrt{2}; +2,(5); -5,14; -\sqrt{7}; -1,(7); \pi; 2\sqrt{3}; \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}; -3,1(46); \frac{-4}{2}; \frac{-9}{2}; \frac{4}{7}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

Enumerați elementele mulțimilor: a)  $A \cap \mathbb{Q}$ ; b)  $A \cap \mathbb{Z}$ ; c)  $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \cap A$ .

10. Aproximați cu eroare de  $\frac{1}{10}$  prin adaos numerele : a)  $\sqrt{13}$ ; b)  $\sqrt{15}$ ; c)  $\sqrt{15} - \sqrt{13}$ .

11. Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor :

a)  $\sqrt{6}$  și  $\sqrt{600}$ ; b)  $\sqrt{(4 - 2\sqrt{5})^2}$  și  $\sqrt{(2\sqrt{5} + 4)^2}$ .

## REZULTATE, INDICAȚII ȘI SOLUȚII

### ALGEBRĂ

#### RECAPITULARE. Numere întregi

##### Capitolul I

**I.1. Mulțimea  $\mathbf{Z}$ . Reprezentarea pe axă.  $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$ . Opus. Ordonare. Modul.** 1. **a)**  $-9; -8; -7; -5; -3; -2; 0; 1; 2; 3; 6; 9; 10$ . **3. b)**  $AD = 9; AF = 3; DG = 15; HI = 10$ ; **c)**  $-6; +4; -8; -5$ . **4.**  $x = -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y \in \{0, 1, 2\}; x = 0 \Rightarrow y \in \{1, 2\}; x = 1 \Rightarrow y = 2$ . **5. a)**  $\{-40; -8; -2\}$ ; **b)**  $\{\frac{23}{7}; -40; -8; 2,5; 8\}$ ;

**c)**  $-32$ . **6.**  $x \in \{-5, 5\}$  și  $y \in \{-4, 4\}$ . **7.**  $A = \{\pm 8; \pm 9; \pm 10\}$ . **8. a)**  $0$ ; **b)** nu există; **c)**  $x \in \{-4, 4\}$ ; **d)**  $x \in \{\pm 1; \pm 2; 0\}$ ; **e)**  $x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$ ; **f)**  $x \in \{\pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ . **9. a)**  $x \in \{-4, 4\}$ ; **b)** nu există; **c)**  $x \in \mathbf{Z}$ ; **d)**  $x = 0$ ; **e)**  $x \in \mathbf{N} \cup \{-2; -1\}$ ; **f)**  $x \in \mathbf{Z}_- \cup \{0, 1\}$ ; **g)**  $x \in \{3, 7\}$ ; **h)** nu există; **i)**  $x \in \{1, 2, 3\}$ . **10.**  $A = \{\pm 2, \pm 8\}$ .

**I.2. Operații în  $\mathbf{Z}$**  1.  $-921$ . **3. a)**  $-7$ ; **b)**  $0$ . **4. a)**  $4$ ; **b)**  $-16$ ; **c)**  $-213$ ; **d)**  $-9$ ; **e)**  $-5$ . **5. a)**  $-3$ ; **b)**  $6$ ; **c)**  $8$ ; **d)**  $1$ ; **e)**  $53$ ; **f)**  $2$ ; **g)**  $-176$ ; **h)**  $15$ ; **i)**  $7$ ; **j)**  $4$ ; **k)**  $-1$ ; **l)**  $5$ ; **m)**  $-15$ ; **n)**  $1\ 703$ . **6. a)**  $18$ ; **b)**  $8$ ; **c)**  $12$ ; **d)**  $-4$ ; **e)**  $15$ ; **f)**  $10$ ; **g)**  $16$ . **7. a)**  $-2000$ ; **b)**  $-2000$ ; **c)**  $1001$ . **8. a)**  $-17 = (-1)(+17) = (+1)(-17)$ ;  $-12 = (-12)(+1) = (+12)(-1) = (-3)(+4) = (-4)(+3) = (-2)(+6) = (-6)(+2)$  etc.

**9.**  $12 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 4 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 =$   
 $= \underbrace{1+1+\dots+1}_{19 \text{ termeni}} + (-3) + (-4) = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{19 \text{ factori}} \cdot (-3)(-4) = (-3) + 4 + \left( \underbrace{1+1+\dots+1}_{12 \text{ termeni}} \right) + (-1)$  etc. Căutați și

alte soluții. **10. a)**  $15$ ; **b)**  $90$ ; **c)**  $0$ ; **d)**  $-7$ ; **e)**  $+95$ ; **f)**  $-69$ . **11. a)**  $-28$ ; **b)**  $-84$ ; **c)**  $385$ ; **d)**  $0$ ; **e)**  $-118$ ; **f)**  $6$ ; **g)**  $-260$ . **12. a)**  $50 = 8 \cdot 6 + 2$ ; **b)**  $-40 = (-7)(-6) + 2$  etc. **14. a)**  $-8$ ; **b)**  $-1243$ ; **c)**  $-30$ ; **d)**  $-50$ ; **e)**  $900$ ; **f)**  $-863$ ; **g)**  $190$ ; **h)**  $-123$ . **15. 1.**  $a = -2$ . **2. a)**  $12\ 345\ 000$ ; **b)**  $583\ 000$ ; **c)**  $0$ . **16. a)**  $1$ ; **b)**  $-1998$ ; **c)**  $0$ . **17.**  $9; -1; 8; -125; -32; -198$ . **18. a)**  $-14$ ; **b)**  $-33$ ; **c)**  $72$ ; **d)**  $-1001$ . **20. a)**  $(-2)^{11}$ ; **b)**  $(-7)^7$ ; **c)**  $9^6$ ; **d)**  $2$ ; **e)**  $3^{20}$ ; **f)**  $12^{12}$ ; **g)**  $1$ ; **h)**  $(-6)^{13}$ ; **i)**  $25^2 = 5^4$ ; **j)**  $19^{10}$ . **21. a)**  $0$ ; **b)**  $1$ ; **c)**  $27$ ; **d)**  $-39$ ; **e)**  $8$  dacă  $n = \text{par}$  și  $-8$  dacă  $n = \text{impar}$ .

**I.3. Divizibilitatea în  $\mathbf{Z}$**  1. **a)**  $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8\}$ ; **b)**  $\mathcal{D}_{12} = \mathcal{D}_{12}$ ; **c)**  $\mathcal{M}_{35}$ ; **d)**  $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$ . **2. a)**  $9\ 876; -9\ 876$ ; **b)**  $9\ 876; -9\ 876$ ; **c)+e)**  $9\ 875; -9875$ ; **d)**  $9\ 876; -9\ 876$ . **3. a)**  $(x+1)(y+1) = 7 \Rightarrow (x, y) \in \{(0, 6), (6, 0)\}$ . Numerele sunt  $2^6$  și  $3^6$  adică  $64$  și  $729$ . **b)**  $(x+1)(y+1) = 18$  etc. **4.**  $A = \{-3, 4\}$ . **5.**  $A = \{\pm 8, \pm 4, \pm 2, \pm 1\}$ ;  $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ . **6. a)**  $x \in \{-6, -3, -2, -1\}$ ; **b)**  $x \in \{-11, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 19\}$ ; **c)**  $x - 1 / x \Rightarrow x - 1 / (x - 1) + 1 \Rightarrow x - 1 / 1 \Rightarrow x - 1 \in \{-1, 1\}$  etc; **f)**  $x + 1 / 3x - 1 \Rightarrow x + 1 / 3(x + 1) - 4 \Rightarrow x + 1 / 4$  etc; **g)**  $x \in \{-6, 6\}$ . **7. b)**  $359$  și  $-361$ . **8. a)**  $(x, y) \in \{(-17, 4), (-1, -12), (1, 22), (17, 6)\}$ ; **b)**  $(x, y) \in \{(-13, -4), (-1, 8), (1, -18), (13, -6)\}$ . **c)**  $(x, y) \in \{(-19, 0), (-12, -1), (-7, -6), (-6, -13), (-4, 15), (-3, 8), (2, 3), (9, 2)\}$ . **d)**  $xy + x + y = 8 \Leftrightarrow xy + x + y + 1 = 9 \Leftrightarrow x(y + 1) + (y + 1) = 9 \Leftrightarrow (x + 1)(y + 1) = 9 = (-9)(-1) = (-1) \cdot (-9) = (-3)(-3) = 3 \cdot 3$  etc. **e)**  $x \in \{2, -3\}$ ; **f)**  $x \in \{-3, 4\}$ ; **g)**  $x \in \{-2, 8\}$ .

**I.4. Ecuații în  $\mathbf{Z}$**  1. **a)**  $3$ ; **b)**  $-4$ ; **c)**  $5$ ; **d)**  $\emptyset$ ; **e)**  $\emptyset$ ; **f)**  $\emptyset$ ; **g)**  $5$ . **2. a)**  $8$ ; **b)**  $-3$ ; **c)**  $7$ ; **d)**  $-9$ ; **e)**  $-9$ ; **f)**  $-50$ ; **g)**  $4$ ; **h)**  $-7$ . **3. a)**  $0$ ; **b)**  $\emptyset$ ; **c)**  $4$ ; **d)**  $3$ ; **e)**  $2$ ; **f)**  $-7$ ; **g)**  $1$ ; **h)**  $1$ ; **i)**  $1$ ; **j)**  $-5$  și  $5$ ; **k)**  $0$ ; **l)**  $-4$  și  $4$ ; **m)**  $-5$  și  $5$ ; **n)**  $-4$  și  $4$ . **4. a)**  $(x - 3)y = 31 = (-31)(-1) = (-1)(-31) = 1 \cdot 31 = 31 \cdot 1$ ;  $(x, y) \in \{(-28, -1), (2, -31), (4, 31), (34, 1)\}$ ; **b)**  $(x, y) \in \{(-7, 3), (-1, 9), (1, -5), (7, 1)\}$ ; **c)**  $(x, y) \in \{(-3, -11), (-8, -6), (-4, -8), (-5, -7), (4, -4), (-1, 1), (0, -2), (1, -3)\}$ ; **d)**  $xy - x - y = 20 \Leftrightarrow xy - x - y + 1 = 21 \Leftrightarrow x(y - 1) - (y - 1) = 21 \Leftrightarrow (x - 1)(y - 1) = 21 = (-21)(-1) = (-1)(-21) = 21 \cdot 1 = 1 \cdot 21 = (-3)(-7) = (-7)(-3) = 3 \cdot 7 = 7 \cdot 3$  etc; **e)**  $\emptyset$ ; **f)**  $(x, y, z) \in \{(7, k, q), (m, -5, n)\}$ , unde  $k, q, m, n \in \mathbf{Z}$ . **5. a)**  $x \in \{-8; 18\}$ ; **b)**  $(x, y) \in \{(-3, 0), (-1, -2), (0, 3),$