

Artur Bălăucă

Cătălin Budeanu

Caiet de vacanță

Matematică

Clasa a V-a

Editura TAIDA

- IAȘI -

- 1 -

Cuprins

Cuvânt înainte	3
Capitolul I. Numere naturale	
I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal. Șirul numerelor naturale. Aproximări. Rotunjiri	5
I.2. Operații cu numere naturale. Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor	8
I.3. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor naturale. Compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale	16
I.4. Divizibilitatea numerelor naturale	18
I.5. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul și cubul unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri	21
I.6. Ecuații și inecuații. Media aritmetică a două numere naturale	25
I.7. Propoziții adevărate și propoziții false	30
I.8. Mulțimi	32
Capitolul II. Numere raționale	
II.1. Frații echiunitare, subunitare, supraunitare. Scoaterea întregilor din fracție. Introducerea întregilor în fracție	36
II.2. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații echivalente. Reprezentarea fracțiilor pe axa numerelor. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Procente	39
II.3. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare care au același numitor. Compararea fracțiilor	45
Capitolul III. Frații zecimale	
III.1. Scrierea și citirea fracțiilor zecimale. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale. Aproximări	49
III.2. Operații cu fracții zecimale. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu fracții zecimale finite. Periodicitate. Media aritmetică. Ecuații și inecuații. Probleme	52
Capitolul IV. Elemente de geometrie. Unități de măsură	
IV.1. Elemente de geometrie	57
IV.2. Unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp, unități monetare. Perimetre, arii, volume	60
Să ne pregătim pentru testarea inițială - clasa a VI-a	
Testul 1	64
Testul 2	65
Răspunsuri	67

15. La McDonald's bucătarul șef face într-un minut 5 clătite. În momentul în care începe să facă următoarea sarjă de 5 clătite, 4 clătite sunt deja consumate. În câte minute reușește bucătarul să aibă pe masă 100 de clătite neconsumate?

.....

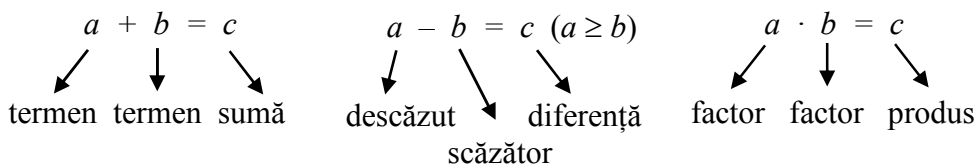
.....

I.2. Operații cu numere naturale.

Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor



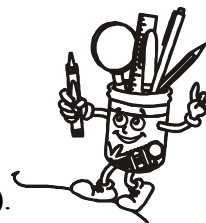
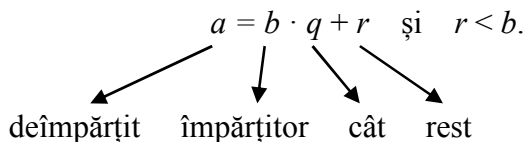
Să ne amintim!



$(a + b) + c = a + (b + c)$	asociativitatea
$a + b = b + a$	comutativitatea
$a + 0 = 0 + a$	0 este element neutru la adunare

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	asociativitatea
$a \cdot 1 = a$	1 este element neutru la înmulțire
$a \cdot b = b \cdot a$	comutativitatea
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	

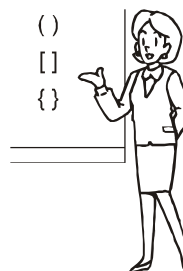
Teorema împărțirii cu rest: Oricare ar fi două numere naturale a și b ($b \neq 0$), există numerele naturale q și r , unic determinate, astfel încât:



Rețineți! Împărțirea la zero nu are sens (nu e definită).

➤ În anumite calcule se folosesc paranteze: rotunde (sau mici) (), drepte (mari) [] și acolade { }.

➤ Dacă într-un exercițiu de calcul intervin toate parantezele, mai întâi se efectuează calculele din parantezele rotunde, apoi dintre parantezele drepte și în final cele din acolade.



EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:

- a) $3457 + 1258 = \dots\dots\dots$; d) $4380 - 2379 = \dots\dots\dots$;
b) $112354 + 6738 = \dots\dots\dots$; e) $68002 - 53042 = \dots\dots\dots$;
c) $17312 + 1439 = \dots\dots\dots$; f) $49007 - 39194 = \dots\dots\dots$.

2. Folosind asociativitatea și comutativitatea operației de adunare a numerelor naturale efectuați cât mai rapid:

- a) $25 + 39 + 175 + 261 = \dots\dots\dots$
b) $213 + 73 + 487 + 27 = \dots\dots\dots$
c) $111 + 4237 + 5763 + 999 = \dots\dots\dots$
d) $1373 + 259 + 3627 + 1741 = \dots\dots\dots$
e) $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 11 = \dots\dots\dots$
f) $1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50 = \dots\dots\dots$
g) $2 + 4 + 6 + \dots + 100 = \dots\dots\dots$
h) $5 + 10 + 15 + \dots + 500 = \dots\dots\dots$

Rețineți! $1 + 2 + 3 + \dots + n = [n \cdot (n + 1)] : 2$, unde n este număr natural.

Exemplu: $1 + 2 + 3 + \dots + 2014 = (2014 \cdot 2015) : 2 = 2015 \cdot 1007 = 2029105$.

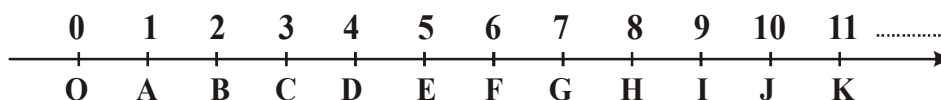
3. Calculați:

- a) $2345 + 175 - 247 = \dots\dots\dots$
b) $11723 - 215 + 3121 = \dots\dots\dots$
c) $17312 - 895 - 3482 = \dots\dots\dots$
d) $72312 + 2399 - 9435 = \dots\dots\dots$

4. Descăzutul este 9341 și diferența este 4235. Care este scăzătorul?

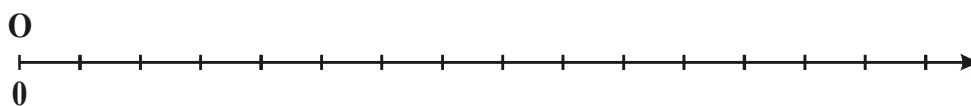
.....

***I.3. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor naturale.
Compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale***

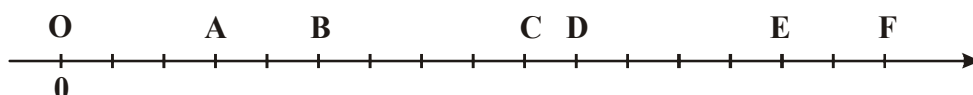


EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare următoarelor numere naturale: 0, 1, 3, 5, 8, 12, 15.



2. În figura de mai jos avem o axă a numerelor și punctele din desen corespund unor numere naturale. Aflați aceste numere.

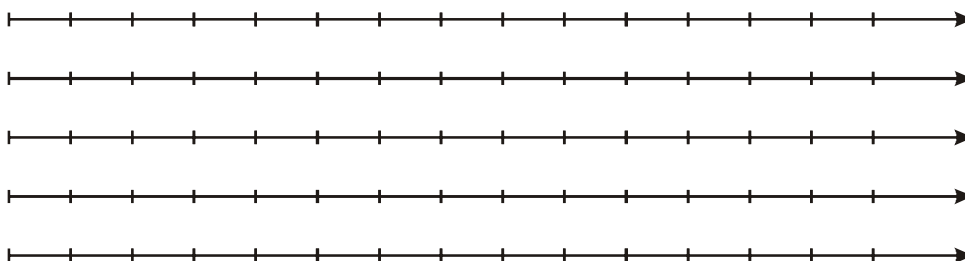


3. Punctele A , B , C reprezentate pe axa numerelor corespund numerelor naturale 4 și 9, respectiv a . Aflați valorile posibile ale lui a dacă:

- a) A este între C și B :
- b) C este între A și B :

4. Reprezentați pe o axă a numerelor punctele ale căror coordonate sunt numere naturale care verifică una din cerințele:

- a) sunt cel mult egale cu 7;
 b) sunt cel puțin egale cu 3, dar mai mici decât 11;
 c) sunt numere pare cuprinse între 4 și 12;
 d) sunt numere impare cuprinse între 5 și 13;
 e) sunt cel puțin egale cu 6 și cel mult egal cu 11.



EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:

- a) $2^3, 3^4, 5^2, 7^2, 1^{2014}, 2014^0, 2014^1, 13^2, 14^2, 21^2$;
b) $2^3 + 6^2, 4^3 - 5^2, 2^2 \cdot 3^3, 3^4 \cdot 4 - 1, 2^5 \cdot 3 - 42$.

.....
.....
.....

2. Scrieți sub formă de putere:

- a) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^0 \cdot 2^1$; c) $8^2 \cdot 4^3 \cdot 2^7 \cdot 16$; e) $10^1 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 10000^0$;
b) $27 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 3^0$; d) $5^1 \cdot 5^0 \cdot 125 \cdot 625 \cdot 5^2$; f) $2^2 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 2^0 \cdot 2^1$.

Exemplu: $3^3 \cdot 81 \cdot 3^0 \cdot 3^1 \cdot 9 = 3^3 \cdot 3^4 \cdot 3^0 \cdot 3^1 \cdot 3^2 = 3^{3+4+0+1+2} = 3^{10}$.

.....
.....
.....

3. Calculați

- a) $(8 - 5)^3$; c) $7^2 - 3^2 + 5^2$; e) $13^2 - 12^2$; g) $3^3 + 2^2 \cdot 5 \cdot 7^0$;
b) $20^2 + 50^2$; d) $(3 + 5)^2$; f) $12^2 - 2^2 \cdot 4^2$; h) $14^2 + 15^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3$.

.....
.....
.....

4. Calculați, scriind rezultatul ca putere:

- a) $2^4 \cdot 2^{11}$; d) $3^8 \cdot 3^4 \cdot 3^9$; g) $(2^{13})^3$; j) $(2^7)^3$;
b) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^5$; e) $2^{42} \cdot 2^{50} \cdot 2^{90}$; h) $(10^7)^8$; k) $(3 \cdot 5 \cdot 7)^4$;
c) $5^8 \cdot 5^2 \cdot 5^3$; f) $10^{73} \cdot 10^{31} \cdot 10^{40}$; i) $(3^4)^{10}$; l) $(2^8 \cdot 5^7)^{10} \cdot (2^{10} \cdot 25^2)^5$.

Exerciții rezolvate:

$$3^5 \cdot 3^{11} \cdot 3^2 = 3^{5+11+2} = 3^{18}; \quad 5^9 \cdot 5^7 \cdot 5^{10} = 5^{16} \cdot 5^{10} = 5^6.$$

.....
.....
.....

5. Aflați numărul natural n care verifică relațiile:

- a) $(4^n)^3 = 2^{24}$; c) $n \cdot (2^5)^0 = 1$; e) $n + (3^2)^3 = 3^2 \cdot 3^4$; g) $n \cdot 10^4 = 10^0$;
b) $(5^n)^3 = 5^7 \cdot 5^8$; d) $(3^4)^n = (3^7)^8$; f) $n^2 \cdot 2^4 = 5^2$; h) $169 \cdot x = 13^2$.

CAPITOLUL II

Numere raționale

II.1. Frații echiunitare, subunitare, supraunitare. Scoaterea întregilor din fracție. Introducerea întregilor în fracție

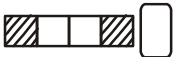
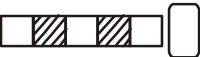
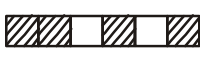







Să ne amintim!

➤ Orice fracție are forma $\frac{a}{b}$, unde $a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$.

EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți fracțiile reprezentate de partea hașurată din următoarele figuri geometrice:

a)  b)  c)  d) 

e)  f)  g)  h) 

.....

2. Reprezentați cu ajutorul unor desene fracțiile:

a) $\frac{3}{7}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{4}{9}$; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{2}{6}$; g) $\frac{3}{5}$.

.....

.....

.....

3. Ce parte dintr-o oră reprezintă:

a) 10 minute; c) 20 de minute; e) 45 de minute; g) 30 de minute;
b) un minut; d) 80 de minute; f) 60 de minute; h) 100 de minute.

.....

.....

CAPITOLUL IV

Elemente de geometrie. Unități de măsură

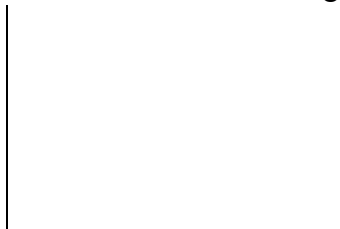
IV.1. Elemente de geometrie

EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Desenați trei puncte distincte A, B, C astfel încât:

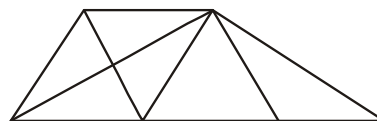
- a) $AB = AC = BC = 4$ cm;
- b) $AB = AC = 5$ cm și $BC = 4$ cm;
- c) $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm și $BC = 5$ cm.

Măsurați cu raportorul în fiecare caz măsura unghiului $\sphericalangle BAC$.



2. Câte triunghiuri apar în figura alăturată?

.....



3. În coloana A sunt scrise figuri geometrice, iar în coloana B numărul axelor de simetrie ale acestora. Scrieți asocierile corecte dintre fiecare cifră din coloana A și litera corespunzătoare din coloana B.



A. Figura geometrică	B. Numărul axelor de simetrie
1. Cerc	a) 4
2. Pătrat	b) 3
3. Dreptunghi	c) 5
4. Triunghi cu trei laturi egale (echilateral)	d) 0
5. Segment	e) 2
6. Paralelogram	f) 1
7. Romb	g) o infinitate.

*Să ne pregătim pentru testarea inițială
din clasa a VI-a*

Testul 1

Partea I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect

1. Câtul și restul împărțirii $859 : 8$ este:

- A. 108, 3; B. 107, 5; C. 107, 3; D. 108, 5. (5p)

2. Cel mai mare număr natural format din patru cifre pare distincte este numărul:

- A. 8064; B. 8642; C. 8864; D. 8644. (5p)

3. Rezultatul calculului: $[(67 + 33) - 80] : 10$ este:

- A. 10; B. 2; C. 20; D. 1. (5p)

4. Mulțimea soluțiilor ecuației $2x + 3 = 3(x - 1) + 1$ este:

- A. 4; B. 5; C. 3; D. 7. (5p)

5. Prin simplificare cu 101 fracția $\frac{1818}{2929}$ devine:

- A. $\frac{18}{292}$; B. $\frac{18}{929}$; C. $\frac{18}{29}$; D. $\frac{181}{29}$. (5p)

Partea a II-a. Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate.

1. Dacă fracțiile $\frac{n}{8}$ și $\frac{8}{n}$ sunt echivalente, atunci $n = \dots$. (5p)

2. Ordinea crescătoare a fracțiilor: $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{0}{n}, \frac{8}{11}, n \in \mathbb{N}^*$ este: \dots . (5p)

3. Rotunjirea până la o zecime a numărului 125,45701 este \dots . (5p)

4. Rezultatul calculului $3,14 + 0,5 + 4,815$ este egal cu: \dots . (5p)

Partea a III-a. Scrieți rezolvările complete:

1. Determinați mulțimile A și B știind că $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4\}$ și $B \setminus A = \{6\}$. (10p)

2. Dacă $\overline{ab} \leq 40$ și $a \neq b$, câte numere raționale de forma $\frac{\overline{ab}}{ba}$ există? (10p)

Răspunsuri

Capitolul I. Numere naturale

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal.

Șirul numerelor naturale. Aproximări. Rotunjiri

2. a) 83870; b) 80708054; c) 3003003. 4. 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, etc. 5. (81, 18), (42, 24), (74, 47), (97, 79), (27, 72), (23, 32), (15, 51), (29, 92). 6. 580, 581, ..., 589. 7. 10, 20, 30, 12, 13, 23, 21, 31, 32. 8. 5559, 5955, 5595, 9555, 9995, 9599, 9959, 5999, 5599, 9955, 5959, 9595, 9559, 5995, 5959, 9595. 9. 98192021. 10. $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 1015 \cdot 4 = 6949$ de cifre. 11. a) Pe pagina 18, cifra 8; b) pe pagina 103, cifra 0; c) pe pagina 708, cifra 7. 12. a) 14 și 15; b) 124, 125, 126; c) 3560, 3561, 3562, 3563. 13. a) 403; b) 2021. 14. a) 13, 14, 0, 15, 16, 1; b) pe locul 3020. 15. După 96 de minute.

I.2. Operații cu numere naturale.

Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor

1. a) 4715; b) 119092; c) 18751; d) 2001; e) 14960; f) 9813. 2. a) $(25 + 175) + (39 + 261) = 200 + 300 = 500$; b) 800; c) 11110; d) 7000; e) $(11 \cdot 12) : 2 = 11 \cdot 6 = 66$; f) 1275; g) 2550; h) 25250. 3. a) 2273; b) 14629; c) 12935; d) 65276. 4. 5106. 5. 21450. 7. p (A), q (A), r (F), s (F). 8. a) 33, 39, 45, 51; b) $6 \cdot 24 + 3 = 147$; c) $(6 \cdot 0 + 3) + (6 \cdot 1 + 3) + \dots + (6 \cdot 11 + 3) = 6 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 11) + \underbrace{(3+3+\dots+3)}_{12 \text{ termeni}} = 6 \cdot (11 \cdot 12) : 2 + 12 \cdot 3 = 432$. 9. a) 4995; b) $5 + 10 + \dots + 50 = 5 \cdot (1 + 2 + \dots + 10) = 5 \cdot (10 \cdot 11) : 2 = 275$. 10. $9876 - 1023 = 8853$. 11. 80 și 50. 12. 348348348. 13. $22 + 22 + 2$. 14. 647 și 7. 15. 5, 6, 7 sau 3, 4, 5, 6. 16. 3, 5, 7. 17. 1234 și 834. 18. a) 13300; b) 651; c) 56480; d) 708000; e) 10011; f) 870870; g) 405000; h) 32010; i) 672210; j) 11300; k) 345000; l) 450000. 19. a) 6700; b) 453000; c) 7300; d) 1900; e) 131600; f) 0. 20. a) 11; b) 971; c) 126; d) 45; e) 451; f) 26; g) 125; h) 25; i) 145; j) 10375; k) 25; l) 258. 21. a) 161, rest 6; b) 302, rest 27; c) 168, rest 65; d) 228, rest 16; e) 118, rest 7; f) 169, rest 156; g) 39, rest 35; h) 286, rest 33; i) 106, rest 31. 22. 282. 23. 55, 56, 57, 58, 59. 24. 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48. 25. 20 și 29. 26. 1997 și 9989. 27. b) 29; c) 44; d) 448; e) 338; f) 27; g) 9. 28. a) $(1 + 2) : 3 = 1$; b) $1 \cdot (2 + 3) - 4 = 1$, etc. 29. a) $10(1 + 2 + 3 + \dots + 9) = 10 \cdot (9 \cdot 10) : 2 = 450$, etc. 30. 0. 31. A. 32. 11 stâlpi. 33. 15 tăieturi. 34. $22 + 2 + 2 + 2 = 22 + 2 \cdot 2 + 2$. 35. a) $111 - 11$; b) $33 \cdot 3 + 3 : 3$; c) $5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$. 36. a) $6 \cdot (12 + 24 : 4) + 7 = 115$; b) $6 \cdot (12 + 24 : 4 + 7) = 150$. 37. 0,0 și 2,2. 38. a) $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) : (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 2$, etc.

39.

4	7	13
7	8	9
13	9	2

sau altă variantă